

Antonella Perucca

Lisa Vagnozzi

Zwölf fantastische Geschichten

Rätsel und Abenteuer für angehende
Mathematiker

Deutsche Übersetzung: Selma Beganovic

Copyright © 2025 Antonella Perucca, Lisa Vagnozzi

Alle Rechte vorbehalten.

Illustriert von HUMAN MADE (Luxemburg)

INHALT

<i>Bevor wir anfangen...</i>	I
Ein Kuchen für zwei	1
Raus aus dem Labyrinth	15
Der Kobold, der lügt	32
Der neugierige Bote	47
Tee in der Bibliothek	65
Die Waage der Freundschaft	77
Die zwei Hasen	97
Auf Reise mit Hund, Katz und Maus	110
Ein Etikett für jede Kiste	124
Merlins Zaubergeburtstag	140
Die verrückten Bilderrahmen	153
Die zwei Würfel	168
<i>Quellen und wichtige Literatur</i>	184
<i>Dankesworte</i>	188

Bevor wir anfangen...

Was ist eigentlich Mathematik? Wenn wir diese Frage den Kindern stellen, die dieses Buch lesen wollen, denken sie bestimmt an das Einmaleins, an Rechenaufgaben, und an Formeln und Regeln, die sie in der Schule lernen müssen. Für sie ist Mathematik Normen und Verfahren, etwas sehr Schulisches.

Viele Kinder – aber auch Erwachsene – glauben, dass Mathematik etwas Schwieriges ist, das man oft nicht versteht und vielleicht gar nicht braucht. Schließlich gibt es heutzutage Taschenrechner und Computer, die für uns rechnen können. Aber Mathematik ist viel mehr! Sie ist wie ein Schlüssel, der alle Türen öffnen kann. Sie hilft uns, logisch zu denken und Probleme zu lösen – sogar solche, die gar nichts mit Zahlen zu tun haben. Mathematik hilft uns zum Beispiel, im Alltag Entscheidungen zu treffen, und oft merken wir gar nicht, dass wir sie benutzen.

Mathematik stellt uns außerdem vor spannende Herausforderungen. Sie zeigt uns, wie wichtig es ist, nicht aufzugeben, aus Fehlern zu lernen, und sich nicht vor Herausforderungen zu scheuen. Sie trainiert uns, geduldig zu sein und schwierige Probleme Schritt für Schritt zu lösen. Diese Fähigkeiten sind nicht nur in der Mathematik wichtig, sondern auch im Leben.

Die meisten Leserinnen und Leser werden wohl überrascht sein, versteckte mathematische Aufgaben in diesen abenteuerlichen Geschichten wiederzufinden. Doch ist Mathematik nichts anderes als ein spannendes Abenteuer, und hier wird es genau auch als solches erzählt. Die Geschichten lesen sich im gemeinsamen Ideenaustausch und frei von jeglichem Erfolgsdruck.

Auf diesen Seiten können unsere jungen Leserinnen und Leser auf fantasievolle Reisen gehen und gemeinsam mit den Protagonisten der Geschichten nachdenken. Es handelt sich um Figuren, die unterschiedlicher nicht sein könnten – lustig und eigenartig –, die jedoch alle eines gemeinsam haben: Sie müssen scheinbar unlösbare Probleme bewältigen. Diese Herausforderungen

testen nicht nur unser Denkvermögen, sondern haben oft konkrete Auswirkungen, oder lehren uns etwas Überraschendes, fast Magisches.

Während sie die Figuren auf ihren Abenteuern begleiten, werden die Leserinnen und Leser in unerwartete Situationen versetzt: Von Schokoladenkuchen, die geteilt werden wollen, über Auswege aus Labyrinthen, schief hängende Bilderrahmen oder Sanduhren. Seite für Seite entdecken sie nicht nur, dass jedes Problem eine Lösung hat, sondern auch, dass man dafür Fantasie und Teamarbeit braucht.

Jede der zwölf Geschichten stellt eine kleine Herausforderung dar: Sie enthält ein Rätsel, das es zu lösen gilt, und begleitet die Figuren bei ihren Versuchen, dieses zu meistern – sei es durch Herumprobieren, falsche Fährten oder entscheidende Geistesblitze.

Am Ende jeder Erzählung wartet eine kurze „technische“ Vertiefung, in der erklärt wird, welche mathematischen Theorien und Bereiche hinter dem jeweiligen Rätsel und seiner Lösung stecken. Wir hoffen, dass unsere jungen Leserinnen und Leser erkennen, dass Mathematik weit größer und

vielfältiger ist, als man gemeinhin denkt. Ein Rätsel zu lösen ist nicht nur interessant, sondern kann sich in ein spannendes Abenteuer verwandeln.

Zwölf fantastische Geschichten



EIN KUCHEN FÜR ZWEI

Wie schaffen es die Zwerge Fritz und Frido, einen Kuchen gerecht zu teilen?

An einem heißen, sonnigen Nachmittag tobt eine große Gruppe Kinder über die Wiese. Ihre Rufe und ihr Lachen schallen zwischen den Bäumen des Parks hin und her, während ein paar Erwachsene – vermutlich ihre Eltern – miteinander plaudern und sich entspannte, amüsierte Blicke zuwerfen. Auf dem Gras neben ihnen liegen große Picknickdecken ausgebreitet, beladen mit Tellern voller Brötchen,

Sandwiches und allerlei Kuchen, dazu Gläser, Servietten und Besteck.

„Schau dir diese Pracht an!“, ruft Fritz, ein Zwerg mit roten Wangen und dunklem Bart, der die Szene von einem Baum aus beobachtet. Sein Gefährte Frido nickt zustimmend, während er weiterhin träge auf einem Ast hin- und herschaukelt. Er wirkt müde und schläfrig. „Oh... Sieh dir diese Kekse an... Die sind doch aus Schokolade, oder? Ich würde alles dafür geben, einen davon zu probieren!“, fährt Fritz fort. Das Wasser läuft ihm im Mund zusammen. Er starrt auf einen Teller auf der karierten Decke.

„Vielleicht lassen sie ein paar Krümel übrig, wenn sie weggehen...“, erwidert Frido wenig überzeugt und schaukelt weiter.

„Krümel?!? Ich will keine Krümel! Ich will diese Kekse essen!“, ruft Fritz aufgebracht und steht auf seinem Ast auf, als wolle er zur Tat schreiten.

Sein Magen knurrt, ebenfalls aufgewühlt. „Wir dürfen uns den Menschen nicht zeigen, das ist viel zu gefährlich!“, warnt ihn sein Freund gähmend.

„Wir müssen warten, bis sie weg sind. Wir haben keine andere Wahl!“

Fritz setzt sich grummelnd wieder auf den Ast.

Doch plötzlich...

„Kinder, kommt her! Es ist Zeit für Kuchen!“, ruft eine Stimme zwischen den Bäumen. Eine große, brünette Frau überquert die Wiese und ruft die Kinder zu sich. In ihren Händen hält sie eine große, bunte Kartonschachtel, die sie sorgfältig auf eine der Picknickdecken legt und sich mit der offensichtlichen Absicht hinkniet, sie zu öffnen.

„Hurra! Juhu!“, rufen die Kinder begeistert, lassen ihre Spiele liegen und rennen laut und ungeordnet zur Decke.

„Ein Kuchen? Hat sie wirklich Kuchen gesagt?“ Frido hört abrupt auf zu schaukeln, vergisst, dass er ja eigentlich müde und faul ist, und stellt sich auf den Ast, um die Szene besser beobachten zu können.

Er zeigt auf die bunte Schachtel und fügt hinzu:

„Schau, Fritz, in dieser Schachtel muss ein echter Leckerbissen sein!“

Aber Fritz ist verärgert und schlecht gelaunt. Er reagiert nicht. Während die lärmende Kinderschar die brünette Frau umringt, verbreitet sich ein leicht schiefer Gesang: „*Zum Geburtstag viel Glück! Zum Geburtstag viel Glück!*“, begleitet von einem starken Duft nach Schokolade.

„Riechst du das, Fritz? Riechst du diesen Duft?“, fragt Frido begeistert und schnuppert in die Luft. „Was würde ich nicht dafür geben, ein bisschen von diesem Kuchen zu kosten...“

Der Zwerg beobachtet die Szene verträumt. Der Schokoladenduft wird immer intensiver und verführerischer.

„Oh ja, jetzt rieche ich ihn auch!“, sagt Fritz plötzlich, aus seiner Lethargie erwachend, und schnuppert ebenfalls. „Das ist köstlich, absolut köstlich!“

– Oh ja, es gibt nichts Köstlicheres als einen leckeren Geburtstagskuchen. Aber die Kinder werden keinen Krümel übrig lassen... Ihr werdet schon sehen!“, mischt eine alte Eule sich ein, die auf einem benachbarten Ast sitzt.

Die beiden Zwerge sind zu sehr mit dem Fest beschäftigt und haben ihre Ankunft nicht bemerkt. Die arme Eule ist etwas verstimmt, da die spielenden Kinder ihren Mittagsschlaf gestört haben.

Die Kinder versammeln sich laut um die bunte Schachtel, die nun völlig von ihren Köpfen verdeckt wird.

„Bitte, Kinder, esst nicht alles auf!“, flehen die beiden Zwerge im Chor und fühlen sich hilflos.

– Als ob sie ein Stück übrig lassen würden!“, neckt die Eule sie. „Die werden alles aufessen, ganz sicher!“

Wie könnte man diese hungrige Horde von Kindern aufhalten? Innerlich wissen Fritz und Frido, dass die Eule recht hat: Es wird kein einziger Krümel von diesem Schokoladengenuss übrig bleiben...

Enttäuscht, mit knurrendem Magen und traurigen Augen, blicken sie weiter schweigend auf die überladene karierte Decke. Doch plötzlich zerreißt ein lautes **Braoum** den Himmel und lässt die beiden Gnome zusammenzucken. Alle Köpfe heben sich instinktiv nach oben, und besorgte Blicke sowie

angespannte Stimmen sind überall auf der Wiese zu hören.

„Das ist Donner! Ein Gewitter zieht auf!“, sagen die Menschen und laufen hin und her.

In der Hektik und Verwirrung werden Taschen, Platten, Gläser, Decken und Geschenkpäckchen eingesammelt, während ein zweites, noch lauterer **Braoum** am Himmel erklingt. Dicke Regentropfen beginnen zu fallen, immer heftiger.

„Jetzt fehlt nur noch das Gewitter...“, murmelt Frido mit betrübtem Gesichtsausdruck, während er sich zurück auf seinen Ast setzt und die dunklen Wolken anstarrt.

Unter den Bäumen geht das ständige Hin und Her der Menschen weitere dreißig endlose Sekunden lang weiter. Bis schließlich, auf der nun verlassenen Wiese, nichts mehr übrig bleibt außer... einer großen, bunten Kartonschachtel!

„Schau Frido, das ist der Kuchen! Sie haben den Kuchen vergessen!“, ruft Fritz freudig aus und zeigt auf die kostbare Schachtel, die die Picknickteilnehmer in ihrer Eile auf dem Gras zurückgelassen haben.

Als er diese Worte hört, erhellt sich Fridos Gesicht mit einer Mischung aus Freude und Unglauben. Der Zwerg steht auf und blickt in die von Fritz angezeigte Richtung. „Auf geht’s! Holen wir sie uns!“, erklären sie unisono voller Aufregung.

Mit geschickten Sprüngen von Ast zu Ast erreichen die beiden Zwerge den Boden und rennen, was das Zeug hält, in Richtung ihrer duftenden Schokoladentrophäe. Die Schachtel ist groß und scheint recht schwer zu sein.

Aber trotz ihrer Größe sind Fritz und Frido keinesfalls bereit, sich entmutigen zu lassen – vor allem angesichts der Aussicht auf einen köstlichen Schokoladenkuchen.

„Auf drei!“, ruft Fritz, packt eine Seite der Schachtel und wirft Frido einen verschwörerischen Blick zu. Frido steht an der anderen Seite bereit. „Eins, zwei, drei...“

Mit vereinten Kräften heben die beiden Zwerge die Schachtel hoch und transportieren sie mit schnellen und gut koordinierten Bewegungen zurück zu ihrem Ast.

Nun, da sie wieder sicher und geschützt sind, können sie endlich die hübsche, bunte Schachtel öffnen und das Objekt ihrer Begierde bewundern. „Wunderbar!“, rufen sie entzückt.

Vor ihren Augen erscheint ein ganzer Kuchen. Das schwarze Messer mit Griff, mit dem die Menschen ihn schneiden wollten, wurde ebenfalls in der Schachtel vergessen. Perfekt!

„Er gehört uns!“, ruft Frido begeistert. „Ganz allein uns!“

Doch die erste Begeisterung weicht allmählich einem anderen Gemütszustand. Die beiden Gnome beginnen, sich misstrauische Blicke zuzuwerfen.

„Gut, aber... wie sollen wir ihn teilen?“, fragt Fritz argwöhnisch.

– Ich habe ihn zuerst gesehen, als die Frau ihn gebracht hat, also gehört mir das größte Stück!“, erklärt Frido ernst.

– Vielleicht hast du ihn zuerst gesehen, als sie ihn gebracht haben, aber ich habe als Erster bemerkt, dass die Menschen ihn vergessen haben!“, entgegnet Fritz verärgert.

– Frido hat ihn gesehen, als sie ihn gebracht haben, und Fritz hat zuerst bemerkt, dass er vergessen wurde: Die klügste Entscheidung wäre, ihn gleichmäßig aufzuteilen, findet ihr nicht auch?“, schlägt die alte Eule vor, die sie von ihrem Ast aus weiterhin beobachtet.

– Ja, natürlich...“, murmelt Frido wenig überzeugt. Er nimmt das Messer und will den Kuchen schneiden: „Ich kümmere mich darum!“

„Warte kurz“, hält ihn Fritz zurück, greift seinen Arm und nimmt das Messer an sich. „Wenn es dir nichts ausmacht, werde ich es tun!“

– Und warum solltest ausgerechnet du es tun?“, erwidert Frido genervt.

– Weil ich sicher bin, dass du das größte Stück nehmen willst!“, antwortet Fritz mit herausforderndem Blick.

– Das stimmt nicht!“, entgegnet Frido empört. „Du willst das größte Stück nehmen!“

Die beiden Gnome beginnen, sich um die Schachtel zu streiten. Jeder zieht an einer Seite, während der Sturm immer heftiger wird.

„Ist das wirklich der richtige Zeitpunkt für einen Streit?“, tadelt sie die alte Eule kopfschüttelnd.

– Er will mich betrügen!“, beschwert Fritz sich aufgebracht.

– Du willst mich bestehlen!“, erwidert Frido beleidigt.

– Seid ihr sicher, dass es keine Lösung gibt?“, fragt die Eule mit ruhiger Stimme.

– Nein... es sei denn, wir entscheiden durch Los, wer die Stücke schneiden darf“, murmelt Fritz.

– Das ist eine interessante Idee. Seid ihr sicher, dass diese Lösung Frieden zwischen euch bringen wird?“, hakt die Eule geduldig nach.

– Nein, weil ich ihm nicht traue: Wenn er die Stücke schneidet, wird er das größte für sich nehmen!“, antwortet Frido nach einigem Nachdenken.

– Du würdest dasselbe tun!“, entgegnet Fritz wütend.

Die alte Eule seufzt. „Und wenn wir eine Lösung finden, die euch beide zufrieden stellt?“, schlägt sie vor.

- Die gibt es nicht“, sagt Fritz.
- Es gibt keine“, stimmt Frido ihm zu.

Und ihr? Denkt ihr, dass es eine Lösung gibt, die sowohl Frido als auch Fritz zufriedenstellt?

„Tatsächlich gibt es vielleicht eine Lösung...“, fährt die Eule fort. „Was wäre, wenn Fritz den Kuchen in zwei Teile schneidet und Frido dann das Stück wählen darf, das er bevorzugt? So wird Fritz, selbst wenn er zwei unterschiedlich große Stücke schneidet, darauf achten, dass sie möglichst gleich sind, da Frido zuerst wählen darf. Das sollte euch beide zufriedenstellen. Klingt das nach einer vernünftigen Lösung?“

Die beiden Zwerge sehen sich einen Moment lang an. Sie schweigen und überlegen. Schließlich erscheint ihnen die Idee der alten Eule als die Lösung für ihr dringendstes Problem: dass einer den anderen betrügen könnte.

„Ist es in Ordnung, wenn ich schneide?“, fragt Fritz schließlich in einem freundlichen Ton.

– Und ich wähle“, antwortet Frido beruhigt und nickt. „Abgemacht!“

Und unter dem zufriedenen Blick der Eule schütteln sich die beiden Zwerge die Hand. Der lang ersehnte Moment, den köstlichen Schokoladenkuchen zu kosten, ist endlich gekommen...

Worum geht es

*In dieser Geschichte geht es um das Problem, **wie man einen Kuchen gerecht aufteilt**. Die beiden Zwerge, Fritz und Frido, wollen keinen Streit mehr haben. Die weise Eule schlägt vor: Fritz schneidet den Kuchen in zwei Stücke, und Frido darf sich aussuchen, welches Stück er nimmt.*

So kann Frido sich nicht beschweren: Wenn beide Stücke gleich groß sind, bekommt er genau die Hälfte. Und wenn ein Stück größer ist als das andere, wird er einfach das größere nehmen – er hat ja die Wahl.

Auch Fritz kann sich nicht beschweren: Er wird versuchen, die Stücke möglichst gleich groß zu schneiden. Denn wenn er das tut, ist es egal, welches Stück Frido nimmt. Die Lösung der Eule funktioniert übrigens auch andersherum: Frido schneidet den Kuchen, und Fritz darf aussuchen.

Aber was passiert, wenn es drei Zwerge gibt, die den Kuchen teilen möchten? Dann wird es komplizierter. Trotzdem gibt es Strategien, um auch das gerecht zu lösen!

*Die **Spieltheorie** ist ein Bereich der Mathematik, der sich damit befasst, die besten Strategien zu finden, um ein Spiel zu gewinnen.*

*Manche Spiele sind **fair** – alle Spieler haben die gleichen Chancen zu gewinnen. Andere Spiele sind nicht fair: Hier kann der erste Spieler immer wieder gewinnen oder hat eine höhere Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, wenn er die richtigen Züge macht. Wusstet ihr übrigens, dass der Spieler, der eine Schachpartie eröffnet, statistisch gesehen einen Vorteil gegenüber seinem Gegner hat?*

Wenn du selbst ein Spiel ausprobieren möchtest, um über Strategien nachzudenken, kannst du mit einem einfachen Spiel wie Mühlespiel für Drei anfangen. Fordere deine Freunde heraus oder spiele auf dem Computer!

Wenn du darin richtig gut geworden bist, kannst du schwierigere Spiele wie Reversi/Othello ausprobieren. Und wenn du eine echte Herausforderung suchst, dann probiere das asiatische Spiel Go.

Trotz ihres Namens beschränkt sich die Spieltheorie nicht nur auf Spiele! Sie ist auch sehr nützlich, um bestimmte Probleme des realen Lebens zu bewältigen, in allen Situationen, in denen Entscheidungen getroffen werden müssen.

Zum Beispiel kann sie sehr hilfreich sein, wenn man einen Gegenstand bei einer Auktion kaufen möchte, um zu wissen, welches Gebot abgegeben werden sollte, um den Gegenstand zu einem guten Preis zu bekommen. Sie kann auch einer politischen Partei helfen zu entscheiden, mit wem es vorteilhafter ist, eine Allianz einzugehen.



RAUS AUS DEM LABYRINTH

Emma ist im Labyrinth gefangen. Findet sie den Weg nach draußen?

Geblickt von einem plötzlichen Licht öffnet Emma ihre blauen Augen. Um sie herum ragen graue Steinmauern hoch bis zur Decke. Flackernde Fackeln tauchen einen langen Korridor in ein schummriges Licht.

Noch halb verschlafen reibt sich Emma die Augen und sieht sich verwirrt um. Sie hat keine Ahnung, wo sie ist, und erinnert sich nicht, jemals an einem solchen Ort gewesen zu sein. Oder doch? Moment mal... dieser steinerne Gang mit den Fackeln erinnert sie an...

„Willkommen!“ Eine tiefe, raue Stimme hinter ihr lässt sie zusammenzucken.

Emma dreht sich um und sieht eine große Holztür, flankiert von zwei steinernen Statuen.

„Wer hat gesprochen?“ fragt sie ängstlich.

„Wir“, antwortet eine der Statuen, deren Mund sich bewegt, als würde sie wirklich sprechen.

Obwohl die Statue aus Stein ist, hat sie ein erstaunlich menschliches Gesicht. Emma ist verblüfft. Wo ist sie nur gelandet, und warum sprechen Statuen mit ihr?

„Wir sind die Wächter des Labyrinths von Mythos“, erklärt die zweite Statue als ob sie Emmas Gedanken lesen könnte.

„Ein Labyrinth?“ Emma reißt die Augen auf. Natürlich! Jetzt erinnert sie sich. Dieser Gang, die

Fackeln, die Statuen... genau so wurde das Labyrinth von Dädalus und Ikarus in dem Mythologie-Buch dargestellt, das sie gelesen hatte...

Sie war in ihrem Zimmer gewesen, saß auf dem Bett, den Rücken an ein Kissen gelehnt, das Buch in der Hand. Und jetzt war sie plötzlich hier, an diesem düsteren, kalten Ort, und sprach mit zwei großen steinernen Figuren.

„Ihr seid sprechende Statuen?“ fragt Emma zögerlich.

– Wir sind keine Statuen, sondern steinerne Wesen“, korrigieren sie ein wenig beleidigt.

Emma nickt, obwohl sie den Unterschied nicht ganz versteht. Aber das ist ja jetzt eigentlich auch ganz egal.

Instinktiv geht sie zur Holztür, um sie zu öffnen.

„Wohin gehst du?“ fragt eine der steinernen Wesen.

– Ich will hinaus, nach Hause“, antwortet Emma.

– Das geht nicht“, erklärt die andere Statue. „Du kannst nur zurückkehren, wenn du den Ausgang des

Labyrinths findest. Das hier ist der Eingang. Hier kommt man nur rein.“

– Und wo ist der Ausgang?“ fragt Emma, die zunehmend unruhiger wird.

– Auf der anderen Seite“, sagen die Wächter. „Du musst das Labyrinth durchqueren. Nur so kommst du nach Hause. Das ist deine Mission.“

– Meine Mission?“, wiederholt Emma eingeschüchtert. „Aber... gibt es hier denn einen Minotaurus?“

– Nein, hier gibt es keine Monster. Nur dich“, antwortet eine der Statuen.

– Pass auf! Das Labyrinth hat keine Inseln“, fügt die andere hinzu. „Das heißt, du kannst nur zurück zum Ausgangspunkt, wenn du umkehrst.“

– Jetzt ist es Zeit! Viel Glück!“ rufen die steinernen Wesen.

Durch eine seltsame Bewegung der Wände verschwinden die beiden Kreaturen aus ihrem Blickfeld, als würden sie von den großen Steinblöcken verschlungen, die die Tür umrahmen. Emma fühlt sich allein und verloren. Sie schaut sich

um, ohne zu wissen, was sie tun soll. Im stillen Raum hört man nur das Knistern der Fackeln, die tanzende Schatten an die Wände werfen.

Das kleine Mädchen macht einige unsichere Schritte entlang des steinernen Ganges, bis sie an eine erste Abzweigung kommt.

„Und jetzt, wohin soll ich gehen?“, fragt sie sich, traurig, während sie nach rechts und dann nach links schaut.

Die beiden Wege scheinen identisch, schwach erleuchtet von den brennenden Fackeln und ebenso verlassen.

„Wie komme ich nach Hause?“

Erschrocken setzt sich Emma auf den Boden, verbirgt ihr Gesicht in ihren Händen und beginnt zu weinen.

Plötzlich ertönt eine klare, helle Stimme: „Warum weinst du, kleines Mädchen?“

Emma zuckt zusammen, sieht sich hektisch um, aber niemand ist zu sehen.

„Ich habe es mir nicht eingebildet!“, flüstert sie, als plötzlich etwas Grünes auf ihren Arm springt. Instinktiv schreit sie auf und schüttelt den Arm.

„He! Was soll das?“ protestiert die Stimme.

Emma sieht genauer hin: Vor ihr sitzt ein... ein kleiner grüner Grashüpfer mit einer winzigen Lorbeerkrone auf dem Kopf.

„Hast du gerade gesprochen?“ fragt Emma ungläubig.

– Siehst du hier sonst jemanden?“ antwortet der Grashüpfer.

– Tut mir leid für gerade eben“, entschuldigt Emma sich schnell. „Ich wollte dir wirklich nicht weh tun!“

– Entschuldigung angenommen“, sagt der Grillo lächelnd und springt wieder auf ihren Arm.

„Kein Zweifel“, denkt Emma innerlich. „Das ist ein echter Grillo, ein grüner Grashüpfer, und er spricht! Zuerst die Steinfiguren, jetzt ein sprechender Grashüpfer... dieser Ort ist wirklich sehr seltsam!“

– Wie schön, Gesellschaft zu haben! Ich fing an, mich hier zu langweilen!“, ruft das Insekt. Trotz der Umstände scheint es guter Laune zu sein.

– Wie heißt du, kleines Mädchen?“

– Ich heiße Emma, und du?“

– Ich heiße Dädalus“, sagt es.

Emma reißt die Augen auf. Dädalus, der berühmte Architekt des Labyrinths?

– Aber du bist... du bist ein Grashüpfer, entgegnet Emma skeptisch.

– Ja, jetzt schon... , gesteht Dädalus. Aber früher war ich ein großer Architekt und berühmter Erfinder.

– Wirklich? Aber was ist dir dann passiert? fragt das kleine Mädchen interessiert.

– Und dann... dann habe ich mich in großen Ärger gebracht, antwortet der Grashüpfer düster. Ich habe die Göttin Athena wütend gemacht. Und nun... hier bin ich, gefangen im Labyrinth und dazu verdammt, auf immer und ewig hier herumzuspringen.

– Das ist furchtbar! Es tut mir so leid für dich...

Nach einigen Momenten der Stille, fügt sie
besorgt hinzu:

„Das bedeutet also, dass es keinen Weg gibt, hier
rauszukommen?“

– Doch, natürlich gibt es einen Weg raus, antwortet
Dädalus mit einem Seufzer. Es ist nur so, dass ich
nicht kann. Athena hat es mir verboten. Selbst wenn
ich rauskomme, würde sie mich zurückschicken.
Das hat sie in der Vergangenheit schon... ein paar
Mal gemacht!

– Ich verstehe..., nickt das Mädchen. Aber was
hast du so Schlimmes gemacht?

– Ich war stolz, erklärt er. Ich habe behauptet,
dass ich das klügste Wesen der Welt bin. Und das
hat Athena gar nicht gefallen. Weißt du, die Götter
mögen es nicht, wenn Menschen sich mit ihnen
vergleichen...

– Aber das ist furchtbar! ruft Emma. Deshalb
wurdest du bestraft?

Dann, nach einem Moment des Nachdenkens,
fügt sie hinzu:
„Moment mal... Du willst mir doch nicht sagen, dass
die Götter des Olymps wirklich existieren?“

– Psst!!! Was fällt dir ein, so eine Frage zu stellen?!? erwidert Dädalus besorgt. Willst du, dass sie dich auch bestrafen?

Das kleine Mädchen schüttelt schnell den Kopf, als wollte sie die Worte, die sie gerade gesagt hat, wieder wegwischen.
„Mach dir keine Sorgen. Es ist sowieso nicht so schlimm hier, sagt der Grashüpfer. Dann fügt er mit einem Hauch von Zufriedenheit hinzu: Es gibt weder Katzen noch Eidechsen!

– Na dann bin ich ja mal beruhigt..., murmelt Emma.

Aber sie wirkt nicht besonders überzeugt. Sie möchte so schnell wie möglich von diesem seltsamen Ort hier weg.

Sie zeigt auf die Abzweigung vor ihr und fragt: „Dädalus, könntest du mir den richtigen Weg zeigen, um hier rauszukommen?

– Ja, natürlich, bestätigt der Grillo mit einem „ich-weiß-bescheid“-Blick.

– Gut! Wo soll ich jetzt hingehen? fragt das kleine Mädchen und zeigt erneut auf die Abzweigung. Rechts oder links?

Dädalus lächelt schelmisch.

„Ich werde dir ein Geheimnis verraten, sagt er leise, als könnte jemand anderes als Emma ihn hören. Es gibt eine Strategie, um aus jedem Labyrinth zu entkommen, das, wie dieses hier, keine Inseln hat.

Das Mädchen reißt die Augen auf, erstaunt.

Was meint ihr? Welche Strategie kann man eurer Meinung nach anwenden, um aus dem Labyrinth rauszukommen?

Der Grashüpfer räuspert sich, als wolle er sich den Hals frei machen.

„Du musst deine Hand immer auf der Wand zu deiner Linken halten. Und früher oder später wirst du herauskommen.“

– Bist du sicher? antwortet das kleine Mädchen skeptisch.

– 100% garantiert! erwidert Dädalus selbstsicher. Leg deine Hand auf die linke Mauer und lass nicht los. Bist du bereit?

Das Mädchen nickt hoffnungsvoll und berührt die linke Mauer mit ihren Fingern. Sie marschiert los, der Grashüpfer auf ihrer Schulter. Nachdem sie eine Weile gegangen sind, erreichen Emma und Dädalus eine Unterbrechung der Wand. Das Mädchen bleibt unschlüssig stehen.

„Jetzt musst du nach links abbiegen und weiter der linken Wand folgen“, weist der Grashüpfer sie an.

„Los geht’s!“

Das kleine Mädchen setzt ihren Weg fort. Doch nach einigen Momenten bleibt sie plötzlich stehen: Der Gang, den sie gerade betreten haben, hat keinen Ausgang!

„Und jetzt?“ fragt Emma besorgt.

Aber Dädalus, der immer noch auf ihrer Schulter sitzt, lässt sich nicht aus der Ruhe bringen.

„Am Ende dieses Abschnitts biegt die linke Wand in eine kleine Mauer, die den Gang abschließt: „Du musst weiterlaufen und entlang dieser Mauer gehen“, erklärt er ruhig. „Dann, wie du siehst, führt die Mauer zur anderen Seite des Korridors. Du musst ihr weiter folgen und sie auf der linken Seite behalten.“

Du wirst tatsächlich wieder zurückgehen, allerdings auf der gegenüberliegenden Seite, von der du gekommen bist.“

Emma nickt und folgt den Anweisungen des Grillos, bis sie aus der Sackgasse herauskommt.

„Gut, jetzt biege nach links ab“, fährt Dädalus fort.

„So wirst du einen ganz neuen Weg gehen. Das ist das Besondere an unserer Strategie!“ fügt er mit einem Hauch von Begeisterung in seiner Stimme hinzu.

„Mit dieser Strategie werden wir Teile des Labyrinths erkunden, die wir noch nicht gesehen haben, bis wir nach und nach das ganze Labyrinth durchquert haben. Somit hilft sie uns auch, den Ausgang zu finden... Warte ab und du wirst sehen!“

Emma folgt Dädalus Anweisungen. Sie geht von Abzweigung zu Abzweigung und von Gang zu Gang, ohne jemals ihre Hand von der linken Wand zu nehmen.

So kommt es, dass Emma und Dädalus nach langer Erkundung des Labyrinths schließlich das Licht der Ausgangstür sehen. Das kleine Mädchen weiß nicht, wie lange es gelaufen ist. Es weiß nur,

dass es müde ist und es kaum erwarten kann, nach Hause zu ihren Eltern zurückzukehren.

„Wir sind da! Juhu!“ ruft Emma und ist schon ganz außer Atem. Erfreut läuft sie auf den Ausgang zu.

– Hey, langsam! Ich falle ja noch runter! protestiert der Grashüpfer.

Doch seine Stimme wird plötzlich immer leiser, wie ein entferntes Echo.

„Dädalus? Bist du da? Wo bist du hin?“ fragt das Mädchen und tastet sich mit der Hand zur Schulter. Aber statt eines Grashüpfers hört sie nur das Rascheln ihrer Laken.

Als sie die Augen öffnet, merkt Emma, dass sie sich in der Dunkelheit ihres Zimmers befindet. Das Buch über griechische Mythen, das sie kurz vor dem Einschlafen noch gelesen hatte, liegt immer noch geöffnet vor ihr - Auf der Abbildung ist das Labyrinth mit seinen beiden Statuen, den hohen Mauern und den Fackeln.

„Ich kann's nicht fassen! Es war nur ein Traum!“ murmelt das kleine Mädchen, bevor sie

ihren Kopf wieder unter die Decke steckt und erneut einschläft.

Worum geht es

*In dieser Geschichte haben wir **das Problem eines Labyrinths** aufgeworfen. Um es einfacher zu machen, haben wir uns ein klassisches Labyrinth vorgestellt. Wir wissen nicht genau, wie das Labyrinth aussieht, in dem Emma gefangen ist. Aber wir wissen eine wichtige Sache: Es gibt keine Inseln. Das heißt, man kann nur an einen Ort zurückkehren, wenn man den gleichen Weg wieder zurückläuft. Deshalb funktioniert Dädalus' Strategie: Folge einfach der linken Wand!*

Wenn du das selbst ausprobieren willst, kannst du deine linke Hand an die Wand legen und ihr folgen, während du gehst. Oder du malst ein Labyrinth auf ein Blatt Papier und fährst mit deinem Stift die linke Wand entlang, um zu sehen, ob die Strategie wirklich funktioniert!

(die Spitzen, an denen drei Flächen zusammentreffen) und zieht die Anzahl der Kanten (die Linien, an denen zwei Flächen zusammentreffen) ab. Das Ergebnis ist 2 (6 Flächen + 8 Ecken - 12 Kanten). Probiert das gleiche mit einer Pyramide, die eine quadratische Basis hat: Das Ergebnis ist wieder 2 (5 Flächen + 5 Ecken - 8 Kanten).

Wenn ihr ein beliebiges Objekt nehmt – egal wie komplex – und euch vorstellt, dass seine Oberfläche aus Dreiecken, Quadraten oder anderen geometrischen Formen besteht (wie die schwarzen und weißen Felder eines klassischen Fußballs), garantiert die Topologie, dass das Ergebnis immer 2 ist. Vorausgesetzt, das Objekt hat keine Löcher, die es komplett durchbohren.

Bei Objekten mit genau einem Loch, wie einem Donut oder einer Tasse mit Henkel, ist das Ergebnis hingegen immer 0.

Die **Graphentheorie** wiederum beschäftigt sich mit der Untersuchung von Graphen – abstrakten Objekten, die aus „Knoten“ bestehen, die durch „Verbindungen“ miteinander verbunden sind. Das ist ein bisschen wie ein Schienennetz, bei dem die

Bahnhöfe die „Knoten“ und die Gleise die „Verbindungen“ sind. Oder wie ein Straßennetz, bei dem Kreuzungen die „Knoten“ und Straßen die „Verbindungen“ darstellen.

Obwohl sie abstrakt klingt, hat die Graphentheorie viele praktische Anwendungen: Sie hilft GPS-Systemen, die beste Route zu berechnen, und sorgt dafür, dass Daten effizient über das Internet übertragen werden.

Graphen können auch verwendet werden, um andere Konzepte zu veranschaulichen, wie die Phasen eines Prozesses oder mögliche Züge in einem Schachspiel. Im Grunde ist jede Entscheidung wie ein Abzweig, bei dem man sich für einen Weg entscheiden muss.

Wie ihr seht, helfen uns die Mathematik und ihre Konzepte, viele praktische Probleme zu lösen – sogar, um aus Labyrinthen herauszufinden!



DER KOBOLD, DER LÜGT

Hier ist eine knifflige Frage für euch: Stellt euch vor, ihr trefft zwei Wichtel. Einer von ihnen sagt immer die Wahrheit, der andere lügt immer. Ihr wisst nicht, welcher von beiden der Lügner ist. Außerdem dürft ihr nur einem Wichtel, eine einzige Frage stellen. Was würdet ihr fragen, damit ihr sicher eine nützliche Antwort erhaltet?

„Wir sind da!“, ruft Lena und legt ihre Hand auf den Griff einer großen Tür.

„Mach sie auf!“, ermuntert sie Gasper voller Zuversicht.

Die beiden Freunde haben endlich die letzte Etappe ihrer Abschlussprüfung erreicht. Hinter dieser Tür befindet sich vermutlich die Truhe mit ihren Diplomen.

Lena drückt die Klinke herunter. Sie zittert vor Aufregung. Der Raum, der sich ihnen eröffnet, ist klein, staubig und gleicht einer Art vergessenen Abstellkammer. Es ist dämmrig, aber trotz der Dunkelheit und des Durcheinanders erkennen Gasper und Lena die große Ebenholztruhe, nach der sie gesucht haben.

„Wir haben es geschafft! Juhu!“, rufen sie gleichzeitig vor Freude.

Um bis hierher zu gelangen, mussten sie Rätsel lösen, knifflige Aufgaben bewältigen und verschiedene Geschicklichkeitstests bestehen – eine lange und anstrengende Schatzsuche mit Hinweisen, die sie immer weiterführten. Aber nun sind sie fast am Ziel. Sie müssen sich nur noch der Truhe nähern und sie öffnen. Doch Vorsicht: Der Große Meister könnte Fallen hinterlassen haben...

– Mist! Die Truhe ist verschlossen!“, ruft Gasper enttäuscht, nachdem er vergeblich versucht hat, sie zu öffnen.

– Und wo ist der Schlüssel?“, fragt Lena ratlos. Alle Hinweise führten zu diesem Raum...“

– Das bedeutet, dass der Schlüssel auch hier irgendwo sein muss!“, schließt Gasper und schaut sich um.

Die beiden Jugendlichen beginnen, den Raum gründlich zu durchsuchen – sie wühlen sich durch Bücherstapel, aufgerollte Teppiche und alte Werkzeuge. Dabei wirbeln sie eine Staubwolke auf.

„Hier hat sicher schon ewig niemand mehr sauber gemacht...“, klagt Gasper hustend.

Lena nickt mit finsterem Gesichtsausdruck. „Ich habe das Gefühl, ich suche eine Nadel im Heuhaufen...“, schimpft sie ebenfalls.

– Was meinst du, sollen wir es ihnen verraten?“, ertönt plötzlich eine schrille, amüsierte Stimme über ihren Köpfen.

Vor Schreck heben Gasper und Lena den Kopf.

„Oh, sie haben uns bemerkt!“, sagt eine zweite Stimme. „Schau dir diese dummen Gesichter an! Die sehen wirklich nicht sonderlich klug aus. Meinst du wirklich, sie haben es bis hierher geschafft, ohne zu schummeln?“

Hoch oben, nahe der Decke, entdecken die beiden seltsame kleine Wesen: runde Gesichter, spitze Ohren, rote Zipfelmützen – und winzige Flügel, die sie in der Luft schweben lassen.

„Und wer seid ihr?“, fragt Lena misstrauisch. „Was macht ihr da oben?“

– Wir sind eure letzte Prüfung!“, verkündet einer der Wichtel mit einem verschmitzten Lächeln, während er ein Stück tiefer schwebt und Lena direkt in die verwirrten Augen schaut.

– Die letzte Prüfung?!“, stottert Gasper. „Ich dachte, wir hätten die Prüfungen schon hinter uns...“

– Da hast du dich wohl getäuscht...“, verspottet ihn der andere Wichtel, der ebenfalls von der Decke herabschwebt.

– Und worin besteht diese letzte Prüfung?“, fragen die beiden Freunde verzweifelt.

– Hier ist sie!“, rufen die Wichtel im Chor und ziehen zwei fast identische Schlüssel hervor – einen aus Gold und einen aus Silber.

Einer der Wichtel wirft Gasper eine zusammengerollte Pergamentrolle zu, die mit einem Wachssiegel verschlossen ist. Vorsichtig rollt Gasper das Pergament auf, während Lena gespannt zuschaut.

„Das ist eine Nachricht vom Großen Meister!“, ruft er, und liest laut vor:

„Liebe Schüler,

wenn ihr dieses Pergament gefunden habt, bedeutet das, dass ihr alle Prüfungen eures Abschlusses erfolgreich bestanden habt. Gut gemacht! Nun trennt euch nur noch eine letzte Anstrengung von eurem Diplom.

Die Wichtel vor euch sind die Brüder Magnus und Pontus. Sie besitzen zwei Schlüssel: einen goldenen und einen silbernen. Sie werden euch den Schlüssel geben, den ihr ihnen nennt. Achtung: Nur einer der Schlüssel öffnet die Truhe mit euren Diplomen!

Um herauszufinden, welcher Schlüssel der richtige ist, dürft ihr eine einzige Frage stellen – aber nur an einen der beiden Wichtel. Der andere wird weder kommentieren noch die Antwort korrigieren.

Seid gewarnt: Ich habe einem der Wichtel gesagt, er solle ehrlich auf eure Frage antworten. Der andere wird immer lügen. Doch ihr wisst nicht, welcher von beiden die Wahrheit sagt und welcher lügt.

Denkt scharf nach ... und viel Glück!

Unterzeichnet: Großer Meister“

Seufzend werfen sich Gasper und Lena einen entmutigten Blick zu.

„Fassen wir zusammen...“, murmelt Lena nach einer Weile. „Wir dürfen nur eine Frage stellen und nur an einen der Wichtel. Wenn wir wüssten, welcher von ihnen die Wahrheit sagt, könnten wir einfach fragen: ‚Welcher Schlüssel öffnet die Truhe?‘, und alles wäre ganz einfach. Aber wir wissen nicht, wer ehrlich ist. Und wenn wir dieselbe Frage dem Lügner stellen, zeigt er uns den falschen Schlüssel.“

– Und wenn der Lügner... Ach, ich weiß auch nicht... Gibt es eine Möglichkeit, ihn zu entlarven? Vielleicht entlarvt sich der Lügner, wenn wir die beiden lange genug anschauen?“, überlegt Gasper und starrt die zwei schwebenden Gestalten an.

– Meinst du...?!“, entgegnet Lena und bäugt die Wichtel misstrauisch.

Die beiden kleinen Wesen schweigen, wirken jedoch erstmals angespannt und nervös.

– Sie sehen genau gleich aus... Das müssen Zwillingswichtel sein!“, murmelt Lena schließlich.

– Ja, sie sind identisch...“, stimmt Gasper zu und seufzt. „Ach, es war sowieso nur eine Hypothese. Wir stehen wieder am Anfang.“

– Leider...“

Entmutigt setzen sich die Freunde auf den staubigen Boden.

„Gebt ihr etwa auf?“, fragt Magnus mit einem schelmischen Grinsen.

Lena hebt den Kopf und sieht ihn verärgert an.

„Wir geben nicht auf!“, ruft sie entschieden. „Wir brauchen nur Zeit zum Nachdenken!“

– Ohhhh... Sie brauchen Zeit zum Nachdenken...“, spottet Pontus und flattert amüsiert durch den Raum.

– Ja, wir brauchen Zeit und Ruhe!“, wiederholt Gasper und wirft ihm einen tadelnden Blick zu.

– Sei höflich, Pontus!“, mahnt Magnus. „Wir dürfen ihnen nicht helfen, aber sie auch nicht stören!“

Lena und Gasper ignorieren die beiden Brüder und fangen an, miteinander zu flüstern.

„Einer der beiden wird bei unserer Frage lügen, aber wir wissen nicht, welcher...“, überlegt das Mädchen laut.

– Das müssen wir also in unserer Frage berücksichtigen...“, ergänzt Gasper. „Es kann nicht einfach sein: *„Welcher Schlüssel öffnet die Truhe?“* oder das Gegenteil: *„Welcher Schlüssel öffnet sie nicht?“*“

– Genau. Solche Fragen passen nicht“, stimmt Lena zu und denkt nach. „Wenn wir dem ehrlichen Wichtel eine Frage stellen, wird er uns immer die Wahrheit sagen. Aber wenn wir ihn fragen, was sein Bruder antworten würde, müsste er aus Ehrlichkeit die Lüge seines Bruders wiederholen...“

– Genau!“, ruft Gasper. „Das bedeutet, wir können unsere Frage so formulieren, dass beide Wichtel eine falsche Antwort geben! Egal, was sie sagen, wir müssen dann das Gegenteil verstehen... Stimmt's?“

– Du hast recht!“ Lenas Gesicht hellt sich auf.

Auch Gasper lächelt. Die Lösung scheint greifbar nah. Doch plötzlich bekommt er Zweifel.

„Moment mal!“, ruft er aufgeregt. „Du sagst, wenn wir den ehrlichen Wichtel fragen, was sein Bruder antworten würde, gibt er uns die falsche Antwort. Aber was, wenn wir den Lügner fragen? Wir wissen doch nicht, wer wer ist!“

– Wenn wir den Lügner fragen...“, überlegt Lena. „Welche Frage wir ihm auch stellen, er wird uns immer eine falsche Antwort geben...“

– Ja, genau! Der Lügner wird nie die Wahrheit sagen“, bestätigt Gasper. „Wenn wir ihn fragen, was sein Bruder antworten würde, gibt er uns eine Lüge...“

– Also geben beide Wichtel die falsche Antwort, egal wen wir fragen!“, ruft Lena.

Wie muss die Frage formuliert sein, damit beide Wichtel eine falsche Antwort geben?

Die Wichtel schweben weiterhin über ihnen, ein wenig gelangweilt, während Gasper und Lena plötzlich energiegeladen aufspringen.

„Die Frage, die wir einem der Wichtel stellen müssen, lautet: *‚Was würde dein Bruder sagen, wenn wir ihn fragen würden, welcher Schlüssel der richtige ist?‘*“, sagt Lena entschlossen.

– Und dann wird ihre Antwort die gleiche sein – und falsch!“, ergänzt Gasper.

Lena nickt. Um sicherzugehen, dass sie die richtige Lösung gefunden haben, überlegt sie laut ein Beispiel:

„Stellen wir uns vor, der goldene Schlüssel ist der richtige. Wenn wir den Lügner fragen: *‚Was würde dein Bruder sagen, wenn wir ihn fragen würden, welcher Schlüssel der richtige ist?‘*, wird er uns antworten: *‚Mein Bruder würde sagen, der silberne Schlüssel ist der richtige.‘* Der Lügner weiß, dass

sein Bruder die Wahrheit sagen würde, und lügt uns aber an.“

– Und wenn wir dieselbe Frage dem Ehrlichen stellen?“, fragt Gasper.

– Der ehrliche Wichtel weiß, dass sein Bruder lügt, und sagt ebenfalls: *„Mein Bruder würde sagen, der silberne Schlüssel ist richtig.“*

– Das Ergebnis ist also, dass beide Wichtel uns den falschen Schlüssel nennen!“, ruft Gasper.

– Und wir müssen einfach das Gegenteil verstehen!“, schließt Lena triumphierend.

– Hurra! Wir haben es geschafft!“, jubeln die beiden Freunde und tanzen im Raum herum, während die Wichtel amüsiert zusehen.

Nach langem Hin- und Herüberlegen finden Gasper und Lena den richtigen Schlüssel und öffnen die Truhe. Sie finden die lang ersehnten Schriftrollen und sind endlich Junge Meister der Logikwissenschaften!

Doch trotz ihres Erfolges haben sie immer noch nicht herausgefunden, welcher der beiden Wichtel der Lügner ist.

„Ich wette, es ist Magnus“, meint Gasper.

– Nein, ich bin sicher, es ist Pontus!“, widerspricht Lena.

Leider werden sie es nie erfahren – es sei denn, sie beginnen eine neue Ermittlung...

Worum geht es

*Im Verlauf dieser Geschichte haben wir ein klassisches **logisches Rätsel** vorgestellt, das sich mit der Wahrheit und der Lüge beschäftigt. Das Rätsel basiert auf der folgenden Beobachtung: Wenn wir genau das wiederholen, was ein Lügner sagt, geben wir eine falsche Antwort. Wir geben auch eine falsche Antwort, wenn wir das Gegenteil dessen sagen, was eine ehrliche Person sagt.*

Wenn du solche Rätsel magst, wirst du im Internet viele davon finden, oft auch mit Lösungen. Zum Beispiel kannst du nach einem Rätsel suchen, das von einer Insel handelt, auf der Ritter und Schurken leben...

*Die **Logik** ist der Zweig der Mathematik, der uns hilft zu verstehen, wie wir einen Satz so formulieren*

können, dass er entweder eine wahre oder eine falsche Aussage darstellt (eine Aussage kann nicht gleichzeitig wahr und falsch sein).

Zum Beispiel können wir eine wahre Aussage mit den Worten „**keine**...“ verneinen: Wenn wir eine wahre Aussage verneinen, erhalten wir eine Lüge, während die Verneinung einer falschen Aussage zu einer wahren Aussage führt.

Wenn ich sage: „In dieser Geschichte gibt es **keine** Kobolde“, lüge ich. Wenn ich jedoch sage: „In dieser Geschichte gibt es **keine** Feen“, sage ich die Wahrheit. Wenn ich zwei wahre Aussagen mit der Konjunktion „**und**“ verbinde, sage ich die Wahrheit: Zum Beispiel: „Es gibt Kobolde **und** Schlüssel.“ Wenn ich dasselbe mit zwei falschen Aussagen mache, lüge ich: Zum Beispiel: „Es gibt Feen **und** Elefanten.“ Wenn ich jedoch eine wahre und eine falsche Aussage zusammenfüge, zum Beispiel „In dieser Geschichte gibt es Kobolde **und** Feen“, lüge ich trotzdem.

Wenn ich zwischen zwei wahren Aussagen mit der Konjunktion „**oder**“ wähle, mache ich eine wahre Aussage: Zum Beispiel: „Es gibt Kobolde **oder**

Schlüssel. “ Wenn ich jedoch zwischen zwei falschen Dingen wähle, mache ich eine falsche Aussage: Zum Beispiel: „Es gibt Feen **oder** Elefanten.“ Wenn ich zwischen einer wahren und einer falschen Sache wähle, mache ich eine wahre Aussage: Zum Beispiel: „Es gibt Kobolde **oder** Feen.“

Manchmal kann ich, wenn ich eine Alternative anbiete, präzisieren, dass ich nur eine einzige Möglichkeit von den beiden akzeptiere: Zum Beispiel könnte ich sagen: „In dieser Geschichte gibt es entweder Kobolde **oder** Schlüssel, **aber nicht beides.**“ In diesem Fall würde ich lügen...

Die Logik lehrt uns auch, eine Aussage aus einer anderen abzuleiten (durch Implikationen oder **logische Schlussfolgerungen**). Zum Beispiel, wenn ich sage, dass ich alle Tiere mag, dann weiß ich sicher, dass ich Hunde mag... Es ist nämlich nicht möglich, Hunde nicht zu mögen und gleichzeitig alle Tiere zu mögen. Und wir könnten noch viele weitere Beispiele nennen...

Logik ist grundlegend für alle Wissenschaften und für alle Situationen, in denen man nachdenken muss. Sie ist auch die Grundlage der Funktionsweise jedes

*Computers, Tablets oder Smartphones. Sie ist
wirklich überall!*



DER NEUGIERIGE BOTE

Stellt euch vor, ihr tauscht Briefe mit einem Freund oder einer Freundin aus und entdeckt, dass der Bote, der die Briefe überbringen soll, sie liest... Was würdet ihr tun, um das zu verhindern?

Es ist Feiertag auf Schloss Bach. Prinz Edmond und Prinzessin Kunigunde feiern ihre Verlobung mit ihren geliebten Eltern, den Herrschern von Bach und den Herrschern von Boch, sowie mit Freunden und Familie. Edelleute und adlige Damen aus den beiden

Königreichen sind gekommen, um das junge Paar zu feiern.

Die Königreiche Bach und Boch sind benachbart und haben immer in Frieden und Eintracht gelebt. Deshalb wurde die Nachricht von der Verlobung von Prinz Edmond von Bach und Prinzessin Kunigunde von Boch von allen mit großer Freude aufgenommen.

Zwischen den Tänzen und im Wirbel der Feierlichkeiten findet das junge Paar endlich im üppigen Garten des Schlosses einen Moment der Ruhe.

„Oh, ich bin so müde!“, ruft Prinzessin Kunigunde mit einem Lächeln, während ihre Füße von all dem Tanzen schmerzen.

– Ich auch!“, antwortet Prinz Edmond im selben Atemzug. „Ich bin es nicht gewohnt, all diese Pirouetten zu drehen!“

Die beiden jungen Leute lachen, während sie auf einer Steinbank sitzen.

„Ich wollte dich etwas fragen...“, beginnt Edmond plötzlich zögerlich.

– Was denn? “

Kunigunde schaut ihn mit ihren großen Haselnussaugen an.

„Die letzten Briefe, die du mir geschrieben hast...“, fährt der Prinz fort. „Nun, das Wachssiegel... es sah so aus, als ob es gefälscht worden wäre.“

– Als ob jemand die Briefe geöffnet und dann versucht hätte, sie wieder zu verschließen?“, fragt die Prinzessin mit ernster Miene nach.

– Ja, genau...“

– Das ist mir auch passiert...“, gesteht die Prinzessin mit einem Seufzer. „Das letzte Mal, als ich einen deiner Briefe erhalten habe, fehlte sogar ein kleines Stück Wachs...“

– Jemand hat also unsere Briefe geöffnet?“, stellt Edmond fest, eher erstaunt als wütend.

– Ja... und nicht nur einmal“, stimmt die Prinzessin nickend zu.

– Aber wer könnte Interesse daran haben, unsere Nachrichten zu lesen?“, fragt Edmond nachdenklich. „Es sind doch keine Staatsgeheimnisse...“

Ein Lächeln breitet sich auf Kunigundes Gesicht aus.

„Ich glaube, ich weiß, wer es ist...“, murmelt sie.

Prinz Edmond schaut sie neugierig an.

„In dem letzten Brief, den ich erhalten habe“, erklärt die Prinzessin und schaut Edmond tief in die Augen, „fehlte nicht nur ein kleines Stück des Siegels, sondern waren auch Spuren auf dem Papier... klebrige Honigspuren...“

Prinz Edmond reißt vor Staunen die Augen auf.

„Bernhard!?“, ruft er ungläubig.

Die Prinzessin nickt.

„Aber warum sollte er...?“, murmelt Edmond zweifelnd. „Unser vertrauter königlicher Bote, der unsere Briefe öffnet und liest?“

„Weil er ungemein neugierig ist... deshalb!“, antwortet die Prinzessin. „Vielleicht langweilt er sich bei seinen ständigen Hin- und Herreisen zwischen Schloss Bach und Schloss Boch. Das Lesen unserer Briefe ist ihm wahrscheinlich eine Ablenkung!“

– Ja, aber Langeweile ist keine angebrachte Entschuldigung. Was er tut, ist nicht richtig!“

– Ich stimme dir zu“, sagt die Prinzessin ernst. „Deshalb verdient Bernhard trotz seiner netten Art eine kleine Lektion...“

– Was hast du vor?“, fragt Edmond neugierig.

– Diesmal benutzen wir nicht nur unsere gewohnten Kästchen, sondern auch unsere Schlösser!“, antwortet Kunigunde mit einem verschmitzten Lächeln.

Prinz Edmond schaut sie fragend an.

„Unsere Schlösser!?“, wiederholt er verwirrt.

– Genau: unsere persönlichen Schlösser. Ich habe einen Plan!“, sagt Kunigunde entschlossen.

Sie beugt ihr Gesicht näher zu Edmonds und beginnt, ihm etwas ins Ohr zu flüstern. Ab und zu antwortet Edmond leise. Sie sprechen noch ein paar Minuten, bis der Prinz ausruft: „Perfekt! Wir werden genau so vorgehen!“

Und mit einem Lächeln zieht er die Hand seiner Verlobten und geht in Richtung des Ballsaals.

Kunigunde und Edmond wollen verhindern, dass der neugierige Bote ihre Briefe liest. Jeder von ihnen besitzt ein persönliches Schloss und auch den einzigen Schlüssel, um es zu öffnen. Was ist wohl ihr Plan?

Zwei Tage nach der Verlobungsfeier wird der Bote Bernhard am frühen Morgen von Prinz Edmond in den blauen Raum des Schlosses Bach gerufen.

„Bernhard, ich habe eine Mission für dich“, sagt der Prinz mit einem Lächeln, während der dickliche Bote den Raum betritt und sich verbeugt.

Er reicht ihm ein kleines goldenes Kästchen und fährt fort:

„Ich befehle dir, dieses Kästchen der Prinzessin Kunigunde zu bringen. Sofort!“

Bernhard betrachtet das Kästchen mit Verwunderung. Es ist so klein, dass es ganz in die Handfläche passt. Es ist das übliche Kästchen, und der Bote ist sicher, dass es wie immer einen Brief für die Prinzessin enthält. Aber zum ersten Mal ist eines der beiden Schlösser an der Verschlussvorrichtung mit einem Schloss versehen, das das Wappen des Königshauses von Bach trägt... Wer weiß, warum...

„Gut! Jetzt geh!“ befiehlt der Prinz.

Der Bote nickt, verbeugt sich und verlässt schnell den Raum. Edmond sieht ihm nach und ein

schelmisches Lächeln breitet sich auf seinem Gesicht aus.

Inzwischen bereitet Bernhard sich darauf vor, das Schloss schnell zu verlassen. Bevor er das Kästchen in seinen großen Reisebeutel steckt, wirft er noch einen Blick darauf: Obwohl das Schloss nur an einem der beiden Riegel angebracht ist, bleibt das Kästchen fest verschlossen.

Mit einem enttäuschten Seufzer macht sich der Bote auf den Weg zum Schloss Boch.

Er kennt diesen Weg gut, da er ihn seit Monaten mehrmals die Woche geht. Trotz des unangenehmen Herbstregens schafft er es in weniger als zwei Stunden bis zu den hohen Steinmauern.

„Eine Nachricht vom Prinzen Edmond für Prinzessin Kunigunde!“, ruft er dem Wächter der Zugbrücke zu.

Die Brücke wird heruntergelassen, und Bernhard wird ins Schloss eingelassen. Anders als sonst wird ihm diesmal nicht gesagt, das Kästchen einer Dienerin zu übergeben und in der Hofstatt zu warten. Nein, diesmal wird er bis zu Prinzessin Kunigunde

eskortiert, in den eleganten, purpurroten Raum des Schlosses Boch.

„Ein Brief von Prinz Edmond“, kündigt Bernhard feierlich an, während er sich verbeugt und versucht, seine Verlegenheit zu verbergen.

Er holt das kleine goldene Kästchen aus seiner Tasche und übergibt es der Prinzessin.

„Hallo Bernhard, danke!“, begrüßt ihn Kunigunde mit einem Lächeln, während sie das kleine Kästchen entgegennimmt.

Die Prinzessin schaut es aufmerksam an: Auf dem goldenen Schloss glänzt der Adler des Königshauses von Bach. Aber anstatt das Kästchen zu öffnen und dem Boten einen Brief zu überreichen, geht sie zu ihrer Schmuckkiste. Sie holt ein Schloss aus einer der kleinen Schubladen, das das Wappen des Königshauses von Boch trägt, und legt es auf den zweiten Riegel des Kästchens. Dann gibt sie es Bernhard zurück.

„Gut, jetzt bring es zum Prinzen Edmond im Schloss Bach“, befiehlt sie freundlich, aber bestimmt.

Bernhard sieht das Kästchen an und weiß nicht, was er davon halten soll. Warum soll er es dem Prinzen zurückbringen? Die Prinzessin hat es nicht einmal geöffnet... Und jetzt mit zwei Schlössern? Was soll das bedeuten?

Ein paar Sekunden bleibt der Bote regungslos stehen, verloren in der Halle, die Augen auf das Kästchen gerichtet, das die Prinzessin ihm gerade zurückgegeben hat.

„Bernhard!“, ruft die Prinzessin freundlich. „Was ist los?“

Der Bote zuckt zusammen. Dann murmelt er unverständliche Worte, verbeugt sich hastig und verlässt den Raum, das kleine Kästchen in den Händen. Bevor er es in seine Tasche steckt, betrachtet er das Kästchen genau. Auf der einen Seite ist das Schloss des Prinzen, mit dem Wappen des Königshauses von Bach, und auf der anderen Seite ist das Schloss der Prinzessin, mit dem Wappen des Königshauses von Boch. Doch ein Schloss würde ausreichen, um das Kästchen zu verschließen...

Gott weiß, warum er es jetzt zurück zum Prinzen bringen muss... Mit einem enttäuschten

Schulterzucken macht sich Bernhard wieder auf den Weg zum Schloss Bach.

Zwei Stunden lang geht der Bote durch den Regen, immer hungriger und müder, und fragt sich, was hier eigentlich vor sich geht. Es ist inzwischen Mittag und sein Magen knurrt laut. Heute Morgen hat er in seiner Eile vergessen, sich sein Lieblingsbrot mit Honig mitzunehmen...

Er kann es kaum erwarten, in Bach anzukommen, das Kästchen dem Prinzen zu übergeben und dann in die Küche zu gehen, um ein köstliches Gericht zu probieren, das die Köchin des Schlosses zubereitet hat...

In Gedanken bei diesen verlockenden Überlegungen erreicht Bernhard schließlich das Schloss Bach. Innerhalb weniger Minuten wird er zu Prinz Edmond in den blauen Raum gebracht.

„Schon zurück?“, begrüßt der Prinz ihn mit einem Lächeln.

Der Bote verbeugt sich, nickt und übergibt das Kästchen.

„Danke!“, ruft der Prinz, als er das Kästchen ergreift und zufrieden betrachtet.

„Wenn Sie mich nicht mehr brauchen, gehe ich jetzt...“, sagt Bernhard und verbeugt sich.

„Warte!“, stoppt Edmond ihn. „Ich habe noch eine Mission für dich.“

Der Prinz holt einen kleinen goldenen Schlüssel aus seiner Tasche, öffnet das Schloss mit dem Wappen der königlichen Familie von Bach und nimmt es aus dem Kästchen raus. Dann reicht er Bernhard wieder das kleine Kästchen.

Der Bote schaut erstaunt zu. Er kann es kaum fassen. Sein Magen knurrt laut, was ihm wieder ins Gedächtnis ruft, dass es Zeit zum Mittagessen ist und er seit Stunden nichts gegessen hat.

„Was ist los, Bernhard?“, fragt Edmond unschuldig. „Stimmt etwas nicht?“

Der Bote nickt mechanisch und murmelt etwas, verbeugt sich und flieht schnell aus dem Raum.

Gedanken schwirren ihm durch den Kopf. Diese ganze Angelegenheit ist zu einem echten Rätsel geworden!

Zuerst gab Edmond ihm das Kästchen mit einem Schloss, das er zur Prinzessin bringen sollte. Dann, anstatt es zu öffnen, fügte die Prinzessin ein weiteres

Schloss hinzu und schickte es zurück zu Edmond. Und jetzt hat Edmond das Schloss entfernt und ihm wieder befohlen, das Kästchen zurück zu Kunigunde zu bringen... Warum?

Bernhard ist verwirrt und sein Magen knurrt immer lauter.

Wieder mit dem Kästchen im Sack beginnt der Bote seinen zweistündigen Marsch zum Schloss Boch. Der unangenehme Herbstregen begleitet ihn weiterhin.

Während er durch Wälder und Hügel marschiert, und immer hungriger und erschöpfter wird, denkt Bernhard an all die Male zurück, als er zur Zeitvertreibung die Briefe des Prinzen und der Prinzessin gelesen hatte. Es waren solch romantische Briefe! Sie machten ihn richtig glücklich! Aber jetzt läuft er hin und her, um ein Kästchen zu transportieren, das mit einem oder sogar zwei Schlössern verschlossen ist...

Plötzlich kommt ihm eine Idee, die diesen merkwürdigen Tag mit den vielen Hin- und Herfahrten zwischen Bach und Boch in einem neuen Licht erscheinen lässt. Was, wenn der Prinz und die Prinzessin gemerkt haben, dass er ihre

Korrespondenz liest, und sie ihn nun bestrafen, indem sie ihn durch den Regen laufen lassen und ihm das Mittagessen verwehren?

Nach zwei endlosen Stunden des Gehens, erreicht Bernhard erschöpft, durchnässt und hungrig das Schloss Boch. Er wird wieder zur Prinzessin Kunigunde in den purpurroten Raum gebracht.

„Da bist du ja wieder!“, begrüßt sie ihn mit einem Lächeln.

Der Bote verbeugt sich und übergibt ihr niedergeschlagen und beschämt das Kästchen. Prinzessin Kunigunde nimmt es zufrieden entgegen. Sie holt einen Schlüssel aus ihrer Schmuckkiste, entfernt das Schloss mit dem Wappen des Königshauses von Boch und öffnet das kleine goldene Kästchen. Darin befindet sich ein Brief, versiegelt mit Wachs.

„Schau, was wir heute tun mussten, um dich daran zu hindern, unsere Briefe zu lesen!“, ruft die Prinzessin vorwurfsvoll. „Ich hoffe, du hast deine Lektion gelernt und wirst uns nie wieder zu solchen komplizierten Maßnahmen zwingen!“

Der Bote wirft sich vor ihr auf die Knie. Er sieht wirklich reuig aus.

„Ich bitte um Entschuldigung, Prinzessin, das wird nie wieder passieren. Ich verspreche es!“, fleht er, während sein Magen laut knurrt.

Die Prinzessin nickt mitfühlend.

„Ich glaube dir, Bernhard. Und jetzt, bevor du gehst, geh doch in die Küche und iss etwas!“, schlägt sie freundlich vor.

So wird Bernhard zur Küche des Schlosses geführt, während Kunigunde sich endlich auf ihrem Sofa niederlässt und in Ruhe den Brief ihres Verlobten liest.

Worum geht es

Wie kann man verhindern, dass jemand die Briefe anderer Leute liest?

*Der Prinz und die Prinzessin hätten versuchen können, ihre Nachrichten für Bernhard unverständlich zu machen, indem sie eine **verschlüsselte** Sprache verwendeten, zum Beispiel, indem sie die Buchstaben des Alphabets auf eine andere Weise als üblich nutzen. Anstatt*

„HALLO“ zu schreiben, hätten sie „IBMMP“ schreiben können, indem sie jeden Buchstaben des Wortes durch den Buchstaben ersetzen, der direkt danach kommt. Aber diese Methode ist sehr einfach, und Bernhard hätte sie bestimmt schnell herausgefunden...

Kryptographie ist der Bereich der Mathematik, der sich damit beschäftigt, Nachrichten zu verschlüsseln (das heißt, sie so zu gestalten, dass nur die beteiligten Personen sie lesen können), um die Kommunikation zu sichern.

In dieser Geschichte wird bildlich eine Verschlüsselungsmethode beschrieben. Ein persönliches Schloss zu verwenden bedeutet, die Nachricht so zu verschlüsseln, dass sie nur von der Person verstanden werden kann, die den Schlüssel zum Schloss besitzt.

Es ist auch möglich, zwei Schlösser unabhängig voneinander zu setzen, wie es in dieser Geschichte der Fall ist: Es ist, als würde man eine Nachricht mit zwei Passwörtern schützen, die von zwei verschiedenen Personen unabhängig und geheim gewählt wurden. Prinz Edmond und Prinzessin Kunigunde besitzen jeweils ein persönliches Schloss

und auch den einzigen Schlüssel, um es zu öffnen. Das bedeutet, dass Kunigunde keinen Schlüssel hat, um Edmonds Schloss zu öffnen, und Edmond hat keinen Schlüssel, um Kunigundes Schloss zu öffnen: Deshalb haben sie sich einen Plan überlegt, der drei Reisen erfordert, um die Nachricht zu erhalten. „Das ist viel!“, werdet ihr sagen, und ihr habt recht. Aber auf diese Weise wissen der Prinz und die Prinzessin, dass ihre Nachricht gesichert ist: Ihre Nachricht ist immer durch mindestens ein Schloss geschützt, oder anders gesagt, durch mindestens ein Passwort.

Die Situation wäre natürlich viel einfacher mit nur einem einzigen Schloss, für das der Prinz und die Prinzessin jeweils einen Schlüssel hätten – als ob sie ein Passwort teilen würden.

Wenn man jedoch sichere Kommunikationsverbindungen zwischen einer großen Anzahl von Personen herstellen wollte, wäre es unvorstellbar, für jede Person, mit der man kommunizieren möchte, ein anderes Schloss zu haben, jedoch mit gemeinsamen Schlüsseln.

*Eine weit verbreitete Methode zum Austausch von Nachrichten heißt **asymmetrische Kryptographie***

oder **Public-Key-Kryptographie** (ein Zungenbrecher). Stellen wir uns vor, wir wollen unserem Freund „Bob“ eine verschlüsselte Nachricht schicken. Wenn wir die Methode des öffentlichen und privaten Schlüssels anwenden, sagt Bob der Öffentlichkeit, wie man die Nachrichten verschlüsselt, die an ihn gerichtet sind. Aber gleichzeitig ist Bob die einzige Person, die die verschlüsselten Nachrichten entschlüsseln (das heißt lesen und verstehen) kann, so wie er es vorgeschlagen hat. Mit anderen Worten: Es ist, als ob Bob jedem seinen Briefkasten (öffentlich) zur Verfügung stellt, in den jeder einen Brief einwerfen kann. Aber nur Bob besitzt den Schlüssel (privat), um seinen Briefkasten zu öffnen.

Auch wenn es in der Geschichte nicht offensichtlich erscheint, basiert Kryptographie auf Mathematik.

Heutzutage wird eine Nachricht, die verschlüsselt werden muss, zunächst in eine Zahlenreihe umgewandelt. Diese Zahlen können dann mit ausgeklügelten mathematischen Techniken manipuliert werden. Dadurch kann mit ausreichender Sicherheit garantiert werden, dass

nicht einmal ein Computer (oder mehrere Computer, die zusammenarbeiten) in der Lage ist, die ursprüngliche Nachricht wiederherzustellen.

Sowohl bei verschlüsselten Nachrichten als auch bei Passwörtern ist die Sicherheit allerdings immer relativ. Mit genügend Zeit und/oder Computern, um alle möglichen Kombinationen auszuprobieren, wird man jedes Passwort knacken können.

Die Mathematik versichert uns jedoch, dass, wenn ein Passwort lang und komplex genug ist, man alle Computer der Welt Millionen Jahre lang rechnen lassen müsste, um es durch Ausprobieren zu finden. Anders gesagt: Ein solches Passwort könnte als völlig sicher angesehen werden.

Kryptographie ist heutzutage weit verbreitet: Fast alle Internetkommunikationen nutzen Kryptographie. Wenn du eine Website besuchst, eine E-Mail schickst, eine Nachricht in einem Instant Messenger schreibst oder einen Einkauf online tätigst, sind die Daten, die du überträgst, höchstwahrscheinlich durch Kryptographie geschützt.



TEE IN DER BIBLIOTHEK

*Die Bibliotheksratten Rita und Rudi fragen sich:
Ist es möglich, ein Zeitintervall von sechs Minuten
zu messen, wenn man zwei Sanduhren zur Verfügung
hat, eine von fünf Minuten und eine von vier
Minuten?*

Wie jeden Donnerstag sind die Bibliotheksratten Rudi und Rita mitten im Frühjahrsputz und beim Aufräumen der kleinen, aber sehr reichen Bibliothek,

um die sie sich seit Jahren kümmern. Beide lieben ihre Arbeit sehr. Sie kennen jedes Buch, das auf den Regalen steht, und bewahren es mit viel Sorgfalt und Aufmerksamkeit auf. Jeden Donnerstagmorgen widmen sie sich ohne Ausnahme eifrig dem Putzen aller Räume der Bibliothek.

Sie tun das auch, weil sie wissen, dass sie heute Nachmittag Besuch von Herrn Maulwurf bekommen werden –einem älteren Forscher, Gelehrten und Experten, den sie sehr schätzen. Er hat viele Bücher geschrieben und ist ein langjähriger Freund der beiden Bibliothekare.

Neben seinem Wissen und seiner Gelehrsamkeit ist Herr Maulwurf auch unglaublich pingelig! Jeden Donnerstagnachmittag klopft er pünktlich um fünf Uhr an die Tür der Bibliothek, grüßt freundlich seine Bibliothekarsfreunde und bleibt genau eine Stunde bei ihnen. Keine Minute länger.

Während dieser Stunde plaudert er freundlich, erzählt Anekdoten aus seinen Büchern oder spricht über die Themen seiner zukünftigen Forschungen. Und während er spricht, genießt er eine Tasse seines Lieblingstees: eine seltene Mischung aus Brennessel, Melisse, Ringelblume und Holunder.

Die Bibliotheksratten sind die einzigen weit und breit, die einen gut gefüllten Vorrat davon haben. Sie bekommen ihn jedes Jahr von einer Schwalbenfreundin bei ihrer Rückkehr aus dem Süden geschenkt. Rudi und Rita vermuten, dass dieser Tee, der so selten wie köstlich ist, der wahre Grund für Herrn Maulwurfs wöchentliche Besuche ist...

Doch kommen wir zurück zum heutigen Tag. Es ist Donnerstagsmorgen. Rudi ist dabei, eine Reihe von Sanduhren in verschiedenen Größen zu entstauben, die auf einem Regal in der Bibliothek gut sichtbar stehen. Er hat sie vor Jahren von einem Rattenhändler gekauft und wischt sorgfältig den Glasrand ab, damit sie wie Kristall glänzen.

Währenddessen putzt Rita einen der großen Teppiche, die den gesamten Boden der Bibliothek bedecken und die Geräusche dämpfen, wodurch eine warme und einladende Atmosphäre entsteht. Während die Bibliothekarin mit einem Bambusklopfer auf den Teppich schlägt, steigt ein Staubwölkchen in die Luft.

„Letzte Woche haben wir das Teppichputzen ausgelassen, und jetzt sehen wir die Folgen! Viel

mehr Staub und viel mehr Arbeit...“, kommentiert Rita, hustet und schüttelt leicht ihren Kopf, der von Schweiß glänzt. „Das dürfen wir nie wieder machen.“

Rudi, nicht weit entfernt, sagt lieber nichts. Der Staub ist ihm in die Nase gestiegen und sorgt für ein unangenehmes Kribbeln. Er kann sich nicht mehr zurückhalten und beginnt eine endlose Reihe lauter Nieser.

„Hatschi, hatschi, hatschi...“, gefolgt von einer weiteren Reihe dröhnender Geräusche: „*Bong, bam, bong, bam...*“

Erschrocken schaut Rita in Richtung des Lärms. Während Rudi, der auf dem Regal steht, weiter niest, sind mindestens drei seiner wertvollen Sanduhren auf den Boden gefallen, zerschmettert und haben überall Glasstücke und Sandsplitter verstreut.

„Oh, was für ein Durcheinander!“, ruft die Ratte und denkt sofort daran, wie viel Arbeit es sein wird, alles wieder sauber zu machen.

„Oh nein! Unsere Sanduhren!“, jammert Rudi.

Er hat schließlich mit Niesen aufgehört und betrachtet verzweifelt den Schaden von oben. Er

schlägt sich die Hände über den Kopf. Seine Augen sind gerötet.

„Unsere armen, schönen, wunderbaren Sanduhren...“

– Das ist wirklich ein schöner Schlamassel“, antwortet Rita mitfühlend.

– Es ist schlimmer als ein Schlamassel, es ist eine Katastrophe! Ein echtes Drama!“, stöhnt Rudi und klettert vom Regal, um entsetzt um sich zu schauen.

„Zum Glück sind zwei Sanduhren heil geblieben...“, versucht Rita ihn zu trösten. „Welche haben überlebt?“

– Die mit vier Minuten und die mit fünf Minuten...“, antwortet Rudi und sieht mit roten Augen die beiden Sanduhren an, die, unversehrt und glänzend, immer noch auf dem Regal stehen. „Wir haben die mit zehn Minuten, die mit sieben Minuten und die mit sechs Minuten verloren... Unsere armen Sanduhren...“

– Moment mal...“, murmelt Rita besorgt. „Du hast... die mit sechs Minuten gesagt?“

– Ja, die mit zehn, mit sieben und mit sechs...“, wiederholt Rudi untröstlich.

– Oh nein! Was machen wir heute Abend?“, fragt die Bibliothekarin besorgt.

– Was sollen wir heute Abend machen?“, fragt der Bibliothekar, der immer noch traurig über den Verlust der Sanduhren ist und an nichts anderes denkt.

– Was machen wir mit Herrn Maulwurf?“, erklärt Rita geduldig. „Du weißt doch, dass sein Lieblingstee genau sechs Minuten ziehen muss...“

Rudi wird plötzlich blass. Rita hat recht: Ohne die Sechs-Minuten-Sanduhr wird es unmöglich sein, die Ziehzeit des Tees zu messen, und Herr Maulwurf wird sehr enttäuscht sein... Er wird sicher nie wiederkommen!

„Ich habe es doch gesagt: Es ist eine Katastrophe, ein Drama!“, murmelt er verzweifelt, während er nervös die Glasscherben und den Sand vom Boden aufwischt.

Rita hilft ihm, arbeitet unermüdlich. Die beiden besorgten Bibliotheksratten säubern nach und nach den Boden von den restlichen Sanduhren. Als sie fertig sind, strahlt die Bibliothek wieder. Ihre Stimmung ist jedoch am Boden.

„Was, wenn wir die verbliebenen Sanduhren benutzen?“, sagt Rita leise.

Rudi scheint nicht überzeugt.

„Wir haben eine Sanduhr von vier Minuten und eine mit fünf Minuten...“, erwidert er. „Wie sollen wir genau sechs Minuten messen?“

Rita schaut traurig zu den beiden verbliebenen, glänzenden Sanduhren.

„Rudi, Rudi, ich habe eine Idee!“, ruft sie plötzlich und ihr Gesicht erhellt. „Ich habe eine Idee, wie wir die beiden Sanduhren benutzen können...“

– Ich habe dir schon gesagt, dass es vergebens ist...“, murmelt Rudi, während er sich auf einen Tisch stützt und seinen Kopf auf seine Pfote legt.

Glaubst du, es ist möglich, sechs Minuten zu messen, indem man die beiden verbleibenden Sanduhren benutzt?

„Nein, im Gegenteil! Hör zu!“, widerspricht Rita aufgeregt. „Wenn wir die beiden Sanduhren gleichzeitig starten...“

– Gleichzeitig?“ Rudi schaut neugierig auf.

„Ja, gleichzeitig!“, bestätigt Rita überzeugend. „Wenn die Vier-Minuten-Sanduhr abgelaufen ist, wissen wir, dass nur noch eine Minute übrig ist, bevor die Fünf-Minuten-Sanduhr leer ist. Dann müssen wir den Tee genau zu diesem Zeitpunkt aufgießen.“

– Und was dann?“, fragt Rudi und gewinnt plötzlich wieder Vertrauen.

– Nach einer Minute ist auch die Fünf-Minuten-Sanduhr abgelaufen. Dann drehen wir sie sofort um. Wenn sie nach fünf Minuten wieder leer ist, sind insgesamt sechs Minuten vergangen, und wir können aufhören, den Tee ziehen zu lassen... Was hältst du davon? Funktioniert das?“

Ein Lächeln erscheint auf Rudis Gesicht. „Ich sage, du bist ein Genie! Ein echtes Genie!“, ruft er und umarmt sie. „So schaffen wir es, genau sechs Minuten zu messen, genau wie Herr Maulwurf es will!“

– Wir werden ihn nicht enttäuschen und uns nicht blamieren...“, freut sich die Bibliothekarin, sichtlich erleichtert. „Und er wird uns weiterhin besuchen...“

– Wir sind gerettet!“, stimmt Rudi begeistert zu. Dann fügt er errötend hinzu: „Zum Glück bist du wenigstens ruhig geblieben!“

Rita lächelt. Dann schaut sie ein wenig melancholisch auf das Regal, das ohne die drei zerbrochenen Sanduhren leer und traurig aussieht.

„Es tut mir wirklich leid wegen der Sanduhren“, murmelt sie.

– Ja, es ist wirklich schade“, antwortet Rudi. „Ich hoffe, der Rattenhändler kommt bald wieder zu uns, damit wir neue kaufen können. Und wenn wir die neuen Sanduhren haben, müssen wir nicht mehr auf... alternative Methoden zurückgreifen, um die Ziehzeit des Tees von Herrn Maulwurf zu messen!“

Worum geht es

Dieser Geschichte handelt von einem klassischen Problem, bei dem es darum geht, mit bestimmten Behältern bestimmte Mengen zu messen. Rita hat eine geniale Idee, wie man mit Sanduhren nicht nur Vielfache von 4 und 5 Minuten messen kann, sondern auch ganz genau eine Minute! Sie erreicht

das, indem sie die Differenz der Werte der beiden Sanduhren nutzt.

Die Geschichte beginnt, sobald die kleine Sanduhr leer ist, und endet, wenn auch die große Sanduhr leer ist. Aber Ritas Lösung ist nicht nur für Zeitmessungen nützlich – sie kann auch auf viele andere Dinge angewendet werden!

Stell dir vor, du hast zwei Flaschen, eine mit 4 Litern und eine mit 5 Litern Fassungsvermögen, und du musst 6 Liter Flüssigkeit messen. Mit einer Methode, die ähnlich ist wie die, die Rita benutzt, kannst du genau einen Liter messen, indem du die Flüssigkeit von einer Flasche in die andere umfüllst. Du füllst die große Flasche in die kleine Flasche und wenn die kleine Flasche voll ist, bleibt genau 1 Liter in der großen Flasche übrig.

Wenn du die kleine Flasche leer machst und den 1 Liter aus der großen Flasche in die kleine Flasche umfüllst, kannst du dann die große Flasche wieder mit 5 Litern füllen. Auf diese Weise hast du insgesamt 6 Liter!

Rätsel wie diese beschäftigen sich oft mit natürlichen Zahlen, also mit den Zahlen 0, 1, 2, 3 und so weiter. Sie gehören zur Zahlentheorie, einem

sehr breiten Bereich der Mathematik, der sich mit Fragen zu Zahlen beschäftigt.

Ein Beispiel: Was passiert, wenn man ein Vielfaches von 5 von einem Vielfachen von 4 subtrahiert? Die Antwort ist, dass man jede Zahl bekommen kann. Zum Beispiel: 22 ist gleich sechs Mal 5 minus zwei Mal 4. Und im Allgemeinen kann man jede Zahl n erreichen, indem man n Mal 5 minus n Mal 4 rechnet.

Es wird aber komplizierter, wenn man ein Vielfaches von 6 von einem Vielfachen von 4 subtrahiert. Denn die Differenz oder Summe von zwei geraden Zahlen ist immer eine gerade Zahl.

*Wenn du dich gerne mit Arithmetik beschäftigst, kannst du auch Spaß daran haben, mehr über den **größten gemeinsamen Teiler** (ggT) von Zahlen zu lernen oder wie man Zahlen **in ihre Primfaktoren zerlegt**.*

***Primzahlen** sind besondere Zahlen, wie 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 und so weiter. Man kann mit ihnen durch Multiplikation alle anderen Zahlen erzeugen. Zum Beispiel: 12 ist gleich 2 mal 2 mal 3. Es gibt unendlich viele Primzahlen, und es gibt immer noch **Fragen über sie, die niemand beantworten konnte**.*

Eine dieser Fragen ist: "Gibt es unendlich viele Zwillingprimzahlen?" – das sind Primzahlen, die einen Abstand von nur 2 haben, wie zum Beispiel 3 und 5 oder 11 und 13.

*Die **Zahlentheorie** ist also ein spannendes und weitreichendes Thema, das viele Rätsel enthält, die immer noch auf Lösungen warten! Aber wer weiß – in der Zukunft könnten viele dieser offenen Fragen geklärt werden!*



DIE WAAGE DER FREUNDSCHAFT

Könntet ihr eine Goldstatue unter neun Eisenstatuen mit Goldüberzug finden, indem ihr nur zweimal eine alte Waage verwendet?

Ursula ist ein 11-jähriges Mädchen mit langen schwarzen Zöpfen und einer großen Leidenschaft für Zahlen. Sie besucht die renommierte Schule für Wissenschaften und Literatur in der Stadt Utopia.

Ursula liebt ihre Schule. Oder besser gesagt, sie liebte sie. Bis zu dem Moment, als zu Beginn des Schuljahres ein neues Mädchen auftauchte.

Sie heißt Bianca, hat dickes braunes Haar und ist genauso alt wie Ursula. Und auch sie liebt Zahlen sehr. So sehr, dass sie manchmal sogar bessere Noten bekommt als Ursula!

Das ist eine neue Situation für Ursula, die das nicht gewohnt ist und es hasst, von jemandem übertroffen zu werden. Es ärgert sie. Bianca scheint die gleiche Einstellung zu haben. Zwischen den beiden Mädchen stimmt die Chemie nicht: Sie stehen ständig in Konkurrenz und wollen immer wieder beweisen, dass die eine intelligenter und qualifizierter ist als die andere. Es ist ein fortwährender Wettlauf, wer die besten Ergebnisse und die höchsten Noten erzielt.

Ihre Rivalität ist in der ganzen Schule bekannt, und sogar die Klasse ist geteilt: Auf der einen Seite die Freundinnen von Ursula. Auf der anderen, die von Bianca.

Laut den Lehrern und der Schulleiterin ist es an der Zeit, dass die beiden Mädchen lernen,

miteinander auszukommen, ohne dass jede Gelegenheit zu einem Wettbewerb wird. Aber wie soll das gehen?

Unverhofft wird Ursula eines Morgens im Oktober von der Schulleiterin in ihr Büro gerufen. Als sie ganz aufgeregt den Raum betritt, merkt sie mit Erstaunen und Enttäuschung, dass Bianca bereits dort ist. Sie sitzt auf einem weichen roten Samtsessel.

Die beiden Schülerinnen begrüßen sich nur mit einem kleinen Nicken, jede genervt von der anderen.

„Gut“, beginnt die Schulleiterin, „jetzt, da ihr beide da seid, können wir anfangen!“

Mit diesen Worten bittet sie die Mädchen, ihr in einen angrenzenden Raum zu folgen. Dort sehen sie Frau Dulys, eine der Assistentinnen der Schule. Sie steht neben einem Tisch, der mit einem Tuch bedeckt ist.

Mit einer schnellen Bewegung hebt die Schulleiterin das Tuch und enthüllt eine alte Waage mit zwei Schalen und neun glänzende Statuen. Sie glänzen als seien sie aus purem Gold. Die Mädchen beobachten die Szene mit einer Mischung aus

Neugier und Misstrauen und wissen nicht, warum sie sich in diesem Raum befinden oder was die Direktorin von ihnen erwartet.

„Liebe Bianca und Ursula“, sagt die Schulleiterin, „ihr fragt euch sicher, warum ich euch heute hierher gebeten habe.“

Die beiden Mädchen sehen sich nicht an und nicken bloß.

„Wie ihr sicher wisst, seid ihr die besten Schülerinnen in eurer Klasse“, fährt die Schulleiterin mit einem schwachen Lächeln fort. „Deshalb möchte ich euch einer Prüfung unterziehen... Eine Prüfung, die ihr zusammen bestehen müsst.“

Die Schulleiterin macht eine Pause und beobachtet die Reaktionen der beiden Mädchen. Sie sind sichtbar besorgt und schauen sich heimlich an, ein Ausdruck des Misstrauens auf ihren zarten Gesichtern.

„Wie ihr seht“, fährt sie fort und zeigt auf den Tisch, „gibt es hier eine Waage mit zwei Schalen und neun Statuen. Sie sehen aus, als wären sie aus feinstem Gold, nicht wahr?“

Die beiden Mädchen nicken.

„In Wirklichkeit ist nur eine von ihnen wirklich aus purem Gold“, erklärt die Direktorin weiter. „Die anderen sind aus Eisen mit Goldüberzug. Gold ist schwerer als Eisen, aber die goldene Statue hat ein kleines Loch im Inneren. Daher ist die goldene Statue nur ein kleines bisschen schwerer als die anderen Statuen. Versteht ihr das bis hierher?“

Die beiden Mädchen nicken erneut, sind konzentriert auf die Worte der Schulleiterin.

„Nur eine Statue aus purem Gold, die anderen sind aus Eisen mit Goldüberzug“, wiederholt Ursula sorgfältig.

„Und die aus purem Gold ist ein bisschen schwerer“, fügt Bianca schnell hinzu, die nicht zurückstehen will.

„Gut“, fährt die Rektorin fort. „Eure Aufgabe ist es, die Statue aus purem Gold zu finden, indem ihr diese alte Waage mit zwei Schalen benutzt. Wisst ihr, wie sie funktioniert?“

„Natürlich“, antwortet Ursula schnell und wirft Bianca einen herausfordernden Blick zu. „Wenn wir zwei Objekte unterschiedlichen Gewichts auf jede Schale legen, wird die Schale mit dem schwereren

Objekt nach unten gehen, während die Schale mit dem leichteren Objekt nach oben geht.“

– Und wenn wir zwei Objekte gleichen Gewichts haben, bleiben beide Schalen im Gleichgewicht“, fügt Bianca hinzu und schaut Ursula zurück.

– Genau!“ kommentiert die Direktorin, unbewegt. „Nun, um diese Aufgabe zu lösen, müsst ihr einige Regeln befolgen.“

Ungeduldig und gespannt schauen die Mädchen sie an.

„Regel Nummer eins“, zählt die Schulleiterin an ihren Fingern auf. „Ihr dürft die Statuen nicht berühren. Nur Frau Dulys darf sie anfassen.“

Regel Nummer zwei: Ihr habt die Waage, aber ihr dürft nur zwei Messungen durchführen. Nicht mehr.

Und schließlich Regel Nummer drei: Ihr müsst zusammenarbeiten. Ihr werdet entweder zusammen gewinnen oder zusammen verlieren. Daher rate ich euch, euch sofort eine Strategie zu überlegen, um die Goldstatue zu finden und eure Belohnung zu erhalten.“

Die Mädchen bewegen sich nicht und sehen sich nicht an. Die Schulleiterin beobachtet sie aufmerksam durch ihre Brille.

„Gibt es wirklich eine Belohnung?“, fragt Bianca neugierig.

„Alles zu seiner Zeit“, antwortet die Rektorin scharf.

„Müssen wir das tun?“, fragt Ursula zögernd.

Sie kann wirklich nicht mit der Vorstellung umgehen, mit Bianca zusammenzuarbeiten und eine Belohnung mit ihr zu teilen...

„Willst du aufgeben?“, fragt die Schulleiterin, während sie Ursula in die Augen blickt. „Warum? Denkst du, du schaffst es nicht?“

„Nein, nein!“, sagt das Mädchen schnell beschämt und wird ganz rot.

„Habt ihr noch Fragen?“

Ursula und Bianca schütteln den Kopf.

„Gut“, schließt die Direktorin zufrieden. „Ihr habt eine Stunde Zeit. Die Uhr an der Wand wird euch die verstrichene Zeit und die verbleibende Zeit zeigen. Viel Glück!“

Mit diesen Worten und einem Wink an Frau Dulys verlässt die Schulleiterin den Raum mit schnellen Schritten.

Welche Strategie würdet ihr verfolgen, wenn ihr an Ursulas und Biancas Stelle wärt?

Ursula und Bianca bleiben einige Minuten regungslos inmitten des Raumes stehen und wissen nicht, was sie tun sollen. Keine von beiden wagt den ersten Schritt. Doch die Zeit vergeht unaufhaltsam.

„Okay, wir können nur zwei Messungen machen...“, murmelt Bianca zögerlich. „Also, wenn wir zwei Statuen gleichzeitig vergleichen, finden wir die goldene Statue nur, wenn sie in den wenigen Statuen ist, die wir berücksichtigen.“

Sie breitet die Arme aus und fügt hinzu:

„Mit nur zwei Messungen können wir nur vier der neun Statuen überprüfen. Wenn die goldene Statue nicht unter diesen vier ist... naja... dann haben wir keine Möglichkeit mehr, sie zu finden.“

– Es ist also klar, dass das nicht die richtige Strategie ist...“, antwortet Ursula kühl, ohne sie anzusehen.

Bianca antwortet nicht, sondern wirft ihrer Klassenkameradin einen beleidigten Blick zu.

Lange Minuten des Schweigens vergehen. Die beiden Mädchen können sich wirklich nicht mit dem Gedanken anfreunden, zusammenzuarbeiten...

Das unerbittliche Ticken der Uhr erinnert die Mädchen daran, dass eine Viertelstunde bereits seit Beginn der Prüfung vergangen ist. Frau Dulys bleibt unbeweglich und ungerührt neben dem Tisch stehen und beobachtet sie schweigend.

Ursula ist in einem Dilemma. Sie starrt auf den Boden: Ein Teil von ihr versucht sich auf die Aufgabe zu konzentrieren, während ein anderer Teil sich fragt, ob es nicht klüger wäre, mit Bianca zusammenzuarbeiten, so wie die Rektorin es verlangt. Das Problem ist, dass sie sich wirklich nicht ausstehen können!

Und wenn... und wenn Bianca die Lösung ganz alleine finden würde? Wenn sie im nächsten Moment ihre Hand heben würde, um zu sagen, dass

sie alles verstanden hat, dass sie weiß, was zu tun ist? Das wäre eine schreckliche Demütigung, genau das wäre es! Unbewusst schüttelt Ursula den Kopf, wobei ihre Zöpfe hin und her schwingen.

Bianca befindet sich im gleichen Zustand, mit leerem Blick und einem entschlossenen Ausdruck im Gesicht.

Im Raum ist nur das Ticken der Uhr zu hören, das die Mädchen daran erinnert, dass die Zeit weiter verstreicht. Die Stunde, die ihnen für die Prüfung bleibt, vergeht langsam...

Bianca schluckt. Bis jetzt haben ihre Überlegungen sie nicht wirklich weitergebracht. Wenn sie doch nur mit Ursula sprechen könnte! Aber beide sind viel zu stolz und stur, um zuzugeben, dass sie einander brauchen.

Ursula seufzt. Sie wirft einen besorgten Blick auf die Uhr und hebt dann den Blick zu Frau Dulys, die ruhig und unbeeindruckt vor ihr steht. Wer weiß, was sie über sie und diese absurde Situation denkt...

„Die Zeit läuft...“, murmelt Ursula zögerlich.
„Hast du eine Idee?“

– Nein“, seufzt Bianca und schüttelt ihren ganzen lockigen Kopf.

Aber tief im Inneren ist sie erleichtert, dass Ursula den ersten Schritt gemacht hat.

„Lass uns mit dem beginnen, was wir wissen“, schlägt Ursula vor. „Das heißt, wir können nicht jeweils zwei Statuen wiegen, weil wir nur zweimal wiegen dürfen. Wenn wir also Pech haben und die falschen Statuen wählen, dann finden wir die Goldstatue vielleicht nicht. Aber es muss eine Strategie geben, um sie sicher zu erkennen.“

– Genau“, stimmt Bianca zu. „Es muss einen Weg geben, mit dem wir genau wissen, welche die goldene Statue ist.“

Nachdem sie einen Moment nachgedacht hat, fährt sie fort: „Also... wir müssen sie in Gruppen wiegen?“

– Ja, das ist wohl die Lösung...“, denkt Ursula nach, während sie die Statuen mit intensiven Blicken fixiert, als könnten sie ihr etwas sagen oder ihr Hinweise geben.

Jetzt, da das Eis gebrochen ist und sie nicht mehr darüber nachdenken müssen, wer den ersten Schritt

machen soll, sind Ursula und Bianca ruhiger. Befreit von Sorgen, Zweifel und Ängsten ist es viel leichter, sich zu konzentrieren...

„Wir haben neun Statuen. Es ist also klar, dass wir sie nicht in zwei gleich große Gruppen teilen können...“, schließt Bianca. Ihre großen schwarzen Augen sind auf den Tisch gerichtet.

Ursula nickt.

„Wir könnten sie in drei Gruppen teilen...“, schlägt Bianca vor. „Drei Gruppen zu je drei. Was hältst du davon?“

Die Uhr tickt weiter. Als sie den Blick heben, merken die Mädchen, dass schon 30 Minuten vergangen sind – die Hälfte der Zeit, die ihnen zur Verfügung steht.

„Wenn wir drei Statuen auf einer Seite und drei auf der anderen wiegen...“, murmelt Bianca.

– Wenn die goldene Statue in einer der beiden Gruppen ist, die wir vergleichen, wird eine schwerer sein als die andere, oder?“ fährt Ursula fort. „Also, die Waagschalen werden nicht im Gleichgewicht sein.“

Ursula wirft Bianca einen hoffnungsvollen Blick zu, die ihr mit einem Nicken antwortet. Endlich treffen sich ihre Blicke.

„Auf diese Weise können wir sicher herausfinden, in welcher der drei Gruppen sich die goldene Statue befindet!“ ruft Bianca aufgeregt. „Wenn bei einem der beiden Vergleiche eine Schale schwerer ist, dann muss die goldene Statue in dieser Gruppe sein. Wenn die Schalen jedoch im Gleichgewicht bleiben, dann muss die goldene Statue in der dritten Gruppe sein, die wir nicht gewogen haben. Ist das richtig?“

Diesmal ist es Ursula, die mit einem Lächeln zustimmt.

„Also, sobald wir herausgefunden haben, in welcher Gruppe die goldene Statue ist, können wir die zweite Messung machen und die Statuen in dieser Gruppe vergleichen!“ fügt Ursula begeistert hinzu, jetzt ganz nahe an der Lösung.

„Genau!“ Bianca scheint dieselbe Aufregung zu teilen. „Jetzt haben wir drei Statuen. Wenn wir zwei davon vergleichen, können zwei Dinge passieren...“

– Entweder bleiben die Waagschalen im Gleichgewicht, und dann bedeutet das, dass

die beiden Statuen aus Eisen sind, oder eine der Statuen ist schwerer. Im ersten Fall ist die goldene Statue die Einzige, die wir nicht gewogen haben. Im zweiten Fall ist sie die schwerste!“ schließt Ursula begeistert.

– Wir haben die Lösung, endlich!“ Bianca beginnt vor Freude zu hüpfen.

„Warte, wir müssen noch die Statue finden!“, warnt Ursula sie mit einem breiten Lächeln.

„Oh, ja, du hast recht...“, gesteht Bianca, und hält sich theatralisch die Hand vor den Mund.

Und so setzen Ursula und Bianca mit Hilfe von Frau Dulys ihren Plan um. Zuerst bitten sie die Lehrerin, drei zufällige Statuen auf eine der Waagschalen zu legen und drei andere auf die andere.

„Keine dieser Statuen ist aus Gold“, stellen sie fest, als sie merken, dass die Waagschalen im Gleichgewicht bleiben. Dann fügen sie hinzu: „Das bedeutet, dass die goldene Statue eine der drei Statuen ist, die wir noch nicht gewogen haben.“ Sie bitten Frau Dulys, zwei der verbleibenden drei Statuen auf die Waagschalen zu legen. Die Lehrerin

gehört, unbewegt und ruhig, und legt je eine Statue auf jede Waagschale.

Und siehe da, eine der Waagschalen senkt sich.

„Diese Statue ist schwerer!“ rufen die Mädchen gleichzeitig. „Das bedeutet, dass sie aus purem Gold ist! Wir haben sie gefunden!“

Sie zeigen auf die Statue auf der linken Waagschale, die etwas tiefer liegt als die andere.

„Ich bestätige, sie ist wirklich die schwerste Statue! Gute Teamarbeit!“ lobt Frau Dulys sie mit einem Lächeln.

Die beiden Mädchen strahlen vor Zufriedenheit und klatschen sich ab.

„Zum Glück hast du die Idee gehabt, die Statuen in drei Gruppen von je drei zu teilen...“, ruft Ursula. „Das hat mir wirklich geholfen, die Lösung zu finden!“

– Ja, aber wenn du nicht als erste das Eis gebrochen hättest...“, räumt Bianca ein, „würden wir immer noch schweigend auf den Boden schauen und unsere Zeit verschwenden...“

– Ich kann nicht glauben, dass wir so dumm waren!“, sagt Ursula und schüttelt den Kopf.

Beide lachen und sind glücklich erkannt zu haben, dass es viel mehr Spaß macht, Herausforderungen gemeinsam zu meistern anstatt alleine.

Es ist, als ob die Anwesenheit einer anderen Person die Freude und Aufregung vervielfacht und intensiviert.

„Herzlichen Glückwunsch, Bianca und Ursula“, sagt die Schulleiterin mit einem Lächeln an der Tür. „Ich freue mich sehr, dass ihr es endlich geschafft habt, eure Rivalität beiseite zu legen und zusammenzuarbeiten. Ich hoffe, dass dies für euch ein Neuanfang ist. Das war die Belohnung: die Möglichkeit, von vorne zu beginnen. Vielleicht werdet ihr jetzt sogar Freunde, wer weiß?“

Ja, wer weiß?

Worum geht es

Auf den ersten Blick mag das vorgeschlagene Problem, die goldene Statue unter vielen Statuen zu finden, unmöglich erscheinen. Doch diese

Geschichte zeigt uns, dass es eine Lösung gibt, wenn man die richtige Strategie anwendet.

Der Schlüssel zum Erfolg liegt darin, dass man mehr als nur zwei Statuen gleichzeitig vergleicht. Zunächst ist es wichtig, gleich viele Statuen auf beide Waagschalen der Waage zu legen. Wenn der Gewichtsunterschied zwischen der echten Goldstatue und den anderen sehr klein ist, wird die Waage immer auf die Seite kippen, auf der mehr Statuen stehen. Wenn wir also mehr Statuen auf einer Waagschale platzieren, können wir keine nützlichen Informationen erhalten.

Angenommen, bei der ersten Messung legen wir zwei Statuen auf jede Waagschale. Das bedeutet, dass fünf Statuen unberührt bleiben. Wenn sich die gesuchte goldene Statue unter diesen fünf befindet, können wir sie mit nur einer weiteren Messung nicht eindeutig identifizieren, da wir so viele Statuen gleichzeitig nicht vergleichen können. Selbst wenn wir zwei Statuen miteinander vergleichen, erhalten wir keine Informationen über die verbleibenden drei Statuen.

Eine andere Möglichkeit wäre, zwei Paare von Statuen zu vergleichen. Aber wenn eines der Paare schwerer ist, können wir nicht sicher sagen, welche der beiden Statuen aus purem Gold besteht.

Wenn wir jedoch von Anfang an unsere Strategie ändern und die Statuen in Gruppen aufteilen, kommen wir auf eine funktionierende Lösung. Zum Beispiel könnten wir vier Statuen auf jede Waagschale legen. In diesem Fall könnte die goldene Statue entweder die Einzige sein, die nicht gemessen wird, oder sie befindet sich in einer der beiden Gruppen von vier Statuen. Wenn das der Fall ist, würden wir sie jedoch auch mit einer weiteren Messung nicht eindeutig identifizieren können.

Die Lösung, die Bianca und Ursula finden, ist jedoch perfekt: Sie teilen die Statuen in Gruppen von drei auf. Nach der ersten Messung wissen sie, dass die gesuchte Statue sich in einer dieser Gruppen befindet, und mit einer zweiten Messung können sie die goldene Statue leicht identifizieren.

Diese Geschichte verdeutlicht, dass Zusammenarbeit und der Austausch von Ideen oft den entscheidenden Unterschied machen können.

Vielleicht hat eine Person die richtige Intuition, aber kann sie nicht vollständig umsetzen – in solchen Fällen kann jemand anders diese Intuition aufgreifen und weiterentwickeln. Das zeigt, wie wichtig es ist, als Team zusammenzuarbeiten, um schwierige Probleme zu lösen.

Mathematik und das Lösen von Rätseln sind oft Teamarbeit. Wenn du Mathematik liebst, suche dir jemanden, mit dem du deine Leidenschaft teilen kannst. Mathematikwettbewerbe bieten eine tolle Gelegenheit, deine Fähigkeiten zu testen und gleichzeitig Gleichgesinnte zu treffen. Wusstest du, dass es auch Online-Wettbewerbe gibt? So kannst du nicht nur für dich selbst lernen, sondern auch andere treffen, die ebenfalls Interesse an Mathematik haben.

Denke daran, dass es nicht nur ums Gewinnen geht – der Weg und das Dabeisein sind ebenfalls sehr wichtig! Wenn du dich für Mathematikwettbewerbe interessierst, frage deine Lehrer oder Lehrerinnen nach Rat und Unterstützung. Vielleicht wirst du feststellen, dass diese Wettbewerbe nicht nur deine

Mathematikfähigkeiten verbessern, sondern dir auch bei zukünftigen Studien helfen können.

Viel Erfolg und viel Spaß bei deinen mathematischen Entdeckungen!



DIE ZWEI HASEN

Frau Schildkröte weiß, dass sowohl Weißer Hase als auch Schwarzer Hase mehrmals am Tag an ihrem Haus vorbeigehen. Aber wenn sie in den Garten geht, sieht sie fast immer zuerst den Weißen Hasen vorbeigehen. Wie ist das möglich?

Frau Schildkröte trinkt gerade Tee in ihrem hübschen, blumigen Garten, vor ihrem kleinen Häuschen mitten im roten Beerenwald. Sie liebt es,

in der Mitte ihrer geliebten Pflanzen zu sitzen, sich zu entspannen und die warme Sonne zu genießen, die durch die Bäume scheint.

Ihre Tage sind immer lang – sie wacht lange vor dem Morgengrauen auf und geht lange nach der Dämmerung schlafen – und sind voll von den unterschiedlichsten Aufgaben: Lesen, Kochen, Gymnastik, Gartenarbeit, kleine Reparaturen...

Trotz ihres fortgeschrittenen Alters ist Frau Schildkröte voller Energie und hat viele Interessen!

Heute Nachmittag ist Frau Schildkröte in Gesellschaft ihrer lieben Freundin, Frau Dachs, die gerade von einer langen Reise zurückgekehrt ist. Nachdem Frau Dachs kürzlich in den Ruhestand gegangen ist, nachdem sie viele Jahre am Institut für Meteorologie im roten Beerenwald gearbeitet hatte, hat sie sich eine lange Erholungszeit am Meer an einem exotischen Ort gegönnt. Sie ist erfrischt zurückgekehrt, mit vielen Geschichten, die sie ihrer besten Freundin erzählen möchte!

Während die beiden alten Damen freundlich plaudern, erscheint der junge Bote des Meteorologie-Instituts – Weißer Hase – auf dem Weg,

der durch den Wald führt und an der Umzäunung des kleinen Hauses vorbeigeht.

Der Hase grüßt Frau Schildkröte und Frau Dachs herzlich und geht dann mit schnellen Schritten den Pfad entlang. Er trägt eine Papierrolle, die er dem Institut bringen muss, das einige hundert Meter von Frau Schildkrötes Haus entfernt ist.

„Die Wettervorhersage für den späten Nachmittag muss angekommen sein“, kommentiert Frau Dachs beiläufig, während sie weiter leckere Zimtplätzchen nascht.

Frau Schildkröte verfolgt mit ihren Augen die Silhouette des Hasen, bis er hinter den Bäumen verschwindet.

„Ich sehe ihn jeden Tag vorbeigehen“, merkt sie an. „Und auch den anderen jungen Hasen, Schwarzer Hase...“

Nach einigen Augenblicken fügt sie hinzu und zeigt auf den Weg: „Übrigens, da kommt er!“

Der schwarze Hase hüpfte fröhlich den Pfad entlang. Er grüßte freundlich die beiden Damen und setzte dann seinen Weg in Richtung des

Meteorologie-Instituts fort. Auch er trägt eine Papierrolle.

„Das muss die andere Wettervorhersage für den späten Nachmittag sein...“, sagt Frau Dachs, nachdem sie dem Gruß des jungen Hasen ein Lächeln erwidert hat. „Jeder, der zum Institut möchte, muss an deinem Haus vorbei...“

– Ich verstehe nicht“, murmelt Frau Schildkröte verwirrt. „Wie viele Wettervorhersagen gibt es denn pro Tag?“

– Das Meteorologie-Institut bekommt regelmäßig Informationen von zwei Wetterstationen, einer im Süden des roten Beerenwaldes und einer im Norden“, erklärt Frau Dachs. „Jeden Tag bekommt es fünf Berichte von jeder Station, zwei am Morgen und drei am Nachmittag. Weißer Hase ist dafür verantwortlich, die Berichte von der Nordstation zum Institut zu bringen, während Schwarzer Hase die von der Südstation bringt.“

– Wirklich? Das wusste ich nicht!“ ruft Frau Schildkröte überrascht. Dann fragt sie neugierig: „Und wo genau befinden sich diese Stationen? Sind sie sehr weit weg?“

– Nein, sie sind nicht weit. Beide sind nur eine halbe Stunde entfernt. Wenn du vom Tor deines Hauses in die entgegengesetzte Richtung vom Institut gehst, führt der Weg aus dem roten Beerenwald heraus zu einer kleinen Kreuzung. Von dort führt ein Pfad zur Nordstation und ein anderer zur Südstation.“

– Verstehe“, murmelt Frau Schildkröte.

Obwohl sie schon immer im roten Beerenwald gelebt hat, hat sie den Wald noch nie verlassen. Die beiden Freundinnen schweigend einen Moment lang. Frau Schildkröte runzelt die Stirn, als ob sie sehr nachdenken würde.

„Du hast gesagt, dass Weißer Hase und Schwarzer Hase zehnmal am Tag an meinem Haus vorbeigehen, richtig?“ fragt sie nach einigen Momenten.

– Ja“, nickt Frau Dachs, während sie weiter die Plätzchen knabbert.

– Das heißt, jeder von ihnen geht mindestens zehnmal am Tag an meinem Haus vorbei...“, fährt Frau Schildkröte fort.

Frau Dachs nickt wieder.

„Ja, die beiden Hasen bringen die Berichte hin und kehren dann jeweils zurück zu ihrer Station, um auf die nächsten Berichte zu warten.“

– Verstehe...“, sagt Frau Schildkröte.

– Gibt es ein Problem?“, fragt Frau Dachs, als sie den nachdenklichen Blick ihrer Freundin bemerkt.

Frau Schildkröte seufzt, fängt sich und beginnt zu sprechen:

„Ich denke nach...“, sagt sie zögernd, als ob sie nach den richtigen Worten sucht. „Etwas beschäftigt mich, und ich kann es einfach nicht erklären...“

Ihre Freundin sieht sie mit fragendem Blick an. Nachdem Frau Schildkröte sich räuspert, fährt sie fort:

„Wenn die beiden Hasen zehnmal am Tag an meinem Haus vorbeigehen, warum sehe ich dann fast immer zuerst den weißen Hasen, wenn ich in den Garten gehe, egal zu welcher Uhrzeit, morgens oder nachmittags?“

– Vielleicht haben du und Weißer Hase denselben Zeitplan“, schlägt Frau Dachs vage vor.

– Aber ich habe keinen festen Zeitplan!“ protestiert Frau Schildkröte lachend. „Ich gehe aus verschiedenen Gründen nach draußen: Blumen umtopfen, Tee trinken, Tomaten pflücken, das Zaun streichen... Aber wenn ich im Garten bin, sehe ich fast immer zuerst den weißen Hasen, bevor ich den schwarzen Hasen sehe. Findest du das nicht komisch?“

– Ja, in der Tat, es ist ein wenig seltsam“, gibt Frau Dachs zu. „Vielleicht ist es einfach nur ein Zufall?“

– Aber sie gehen zehnmal am Tag vorbei!“ beharrt Frau Schildkröte, die nicht wirklich an Zufälle glaubt.

Frau Dachs, ebenfalls nachdenklich, stellt ihre Teetasse auf den Tisch.

„Also...“, erklärt sie und erinnert sich an ihre langen Jahre am Meteorologie-Institut. „Die Berichte müssen ungefähr alle zwei Stunden zwischen 7 Uhr morgens und 17 Uhr verschickt werden. Normalerweise wird der Bericht von der Nordstation zuerst verschickt. Kurz danach folgt der von der Südstation. Das liegt daran, dass die

Nordstation ihre Messungen ein oder zwei Minuten vor der Südstation macht.“

Frau Schildkröte hört aufmerksam zu.

„Weißer Hase ist dafür zuständig, den Bericht von der Nordstation zu übermitteln. Er geht zum Meteorologie-Institut und kehrt dann zurück zu seiner Station“, fährt Frau Dachs fort. „Der schwarze Hase kommt von der Südstation. Er bringt seinen Bericht zum Institut und kehrt dann zu seiner Station zurück.“

– Das erklärt nicht, warum ich fast immer zuerst den weißen Hasen sehe...“

Die beiden Damen bleiben einige Minuten still.

„Eigentlich doch!“, ruft Frau Dachs plötzlich aus, als ob sie gerade eine Erleuchtung gehabt hätte. „Es ist jetzt ganz klar!“

Was glaubt ihr, ist die Lösung des Rätsels?

Frau Schildkröte sieht sie verständnislos an.

„Was ist denn so klar?“

– Es ist ganz einfach, warum du immer zuerst den weißen Hasen siehst!“, antwortet Frau Dachs lächelnd und zufrieden. Dann fährt sie fort, jedes Wort sorgfältig betonend:

„Die beiden Hasen gehen zehnmal am Tag an deinem Haus vorbei. Aber Weißer Hase kommt immer ein bis zwei Minuten früher als Schwarzer Hase.“

Frau Schildkröte nickt schweigend.

„Und du gehst mehrere Male am Tag in deinen Garten, zu unterschiedlichen Zeiten“, fährt Frau Dachs fort. „Um den schwarzen Hasen zuerst zu sehen, müsstest du genau in diesem Zeitfenster von ein oder zwei Minuten draußen sein, der zwischen dem Vorbeigehen des weißen Hasen und des schwarzen Hasen liegt. Aber wenn man darüber nachdenkt, ist es viel wahrscheinlicher, dass du zu jeder anderen Zeit im Garten bist, als genau in diesem kurzen Zeitfenster. Oder nicht?“

Frau Schildkröte bleibt einen Moment still, als wolle sie die Worte ihrer Freundin verarbeiten.

„Jetzt, wo du es sagst...“, murmelt sie und nickt. „Es ist weitaus unwahrscheinlicher, dass ich genau

in einem so kurzen Zeitintervall in den Garten gehe, als zu irgendeinem anderen Zeitpunkt. Daher ist es wahrscheinlicher, dass ich zuerst den Weißen Hasen vorbeihuschen sehe!“

– Ja, genau!“ lächelt Frau Dachs. „Es schien wirklich keine Erklärung zu geben, aber jetzt gibt es eine!“

Amüsiert fangen die beiden Freundinnen an zu lachen, und zufrieden mit der Lösung ihres Rätsels, kehren sie zurück zu ihren Zimtplätzchen. Währenddessen erscheint Weißer Hase auf dem Pfad, der nach der Abgabe des Berichts im Meteorologie-Institut mit schnellen Schritten zur Nordstation eilt.

Worum geht es

In dieser Geschichte hat ein durchdachtes Überlegen Frau Dachs dabei geholfen, zu verstehen, wie ein scheinbar unerklärliches Ereignis in Wirklichkeit eine ziemlich einfache Erklärung hat. Wenn man genau nachdenkt, ist es eine Situation, die oft auftritt, wenn man versuchen muss, ein Rätsel zu lösen. Ist es euch schon einmal passiert, dass ihr eine Lösung gelesen habt und nachher gedacht habt:

„Klar! Warum bin ich da nicht früher darauf gekommen?“ Macht euch keine Sorgen, wenn ihr mal nicht in der Lage seid, ein Rätsel oder eine Aufgabe zu lösen: Ihr seid nicht allein! Und denkt daran, dass wirklich sehr wenige Menschen die schwierigsten Rätsel lösen können.

Wenn ihr aber die Lösung habt, versucht sie zu verstehen, und wenn ihr Zweifel habt, sprecht darüber mit der Person, die euch das Rätsel gestellt hat, oder mit jemandem, von dem ihr denkt, dass er oder sie euch helfen kann. Ein Familienmitglied? Ein Lehrer? Es kann auch sein, dass ihr vielleicht noch zu jung seid, um etwas zu verstehen, weil ihr in der Schule noch nicht die Sachen gelernt habt, die euch helfen könnten, die Lösung zu finden. In diesem Fall seid ihr den Erwachsenen gegenüber im Nachteil – aber nicht weniger intelligent!

Das Rätsel dieser Geschichte bezieht sich auf Wahrscheinlichkeiten. In der Mathematik beschäftigt sich die **Wahrscheinlichkeitstheorie** damit, zu überprüfen, ob bestimmte Ereignisse sehr wahrscheinlich oder eher unwahrscheinlich sind. Oder, um genauer zu sein, mit der Quantifizierung der Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis eintritt. Es

gibt viele Beispiele von Situationen, in denen ein Ereignis oder eine Tatsache, wie durch Zauberei, wahrscheinlicher ist als ein anderes. Es ist nur durch gründliches Nachdenken (und vielleicht durch die Hilfe einiger Ergebnisse aus der Wahrscheinlichkeitstheorie), dass man die Gründe dafür verstehen kann.

Zum Beispiel gibt es zwei Aussagen, die widersprüchlich erscheinen mögen, aber beide wahr sind: Die meisten Kinder haben Geschwister, und die meisten Familien haben nur ein Kind. Schauen wir uns dieses konkrete Beispiel an, um zu verstehen, wie das möglich ist. Stellen wir 20 Familien vor: 12 davon haben ein einziges Kind, während die anderen 8 Familien zwei Kinder haben. Daraus folgt, dass es mehr Familien mit einem einzigen Kind gibt (12 im Vergleich zu 8), aber mehr Kinder, die ein Geschwister haben (16 im Vergleich zu 12).

Ein weiteres berühmtes Beispiel ist das „Geburtstagsparadoxon“. In einer Gruppe von Menschen, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei von ihnen am gleichen Tag Geburtstag haben? Nun, es reicht schon, wenn die Gruppe mindestens 23 Personen umfasst, damit die Wahrscheinlichkeit,

dass zwei von ihnen am gleichen Tag Geburtstag haben, über 50 % liegt, obwohl der Geburtstag jeder Person an einem der 365 Tage im Jahr liegen kann! (Zur Vereinfachung haben wir in dieser Berechnung das Schaltjahr nicht berücksichtigt und angenommen, dass jeder Tag im Jahr gleichermaßen wahrscheinlich ist).



AUF REISE MIT HUND, KATZ UND MAUS

Wenn die Katze nicht alleine mit der Maus bleiben kann und der Hund nicht alleine mit der Katze bleiben kann, wie wird dann die Hexe Drusilla, die keinen Zauberstab hat und nur ein Tier auf einmal transportieren kann, ihre Reise zur Internationalen Magie-Messe organisieren?

Ein großer Kessel kocht auf dem Feuer des Kamins, unter dem aufmerksamen Blick

einer schwarzen Katze, während ein Hund mit dickem braunem Fell nicht weit davon entfernt, friedlich auf einem Kissen schläft. In einer Ecke knabbert eine graue Maus gierig an einem kleinen Stück Käse.

Plötzlich klopft es an der Tür.

Die Katze beginnt zu miauen. Der Hund grummelt, ohne aufzuwachen, und dreht sich mit der Schnauze zur Wand. Die Maus jedoch isst weiter, ganz in ihren Käse vertieft.

„Ich komme!“, ruft eine junge, schrille Stimme.

Es ist die Hausherrin – eine Hexe mit dunklen Haaren, blassen Händen und langen Fingern. Sie unterbricht ihre Arbeit – sie hatte gerade ein gelbes Pulver in einer grünen Flüssigkeit aufgelöst – und geht schnell zur Tür, wobei sie ein paar Dosen umstößt und sie auf den Gehweg fallen.

„Guten Abend, Drusilla, störe ich dich?“, fragt eine dicke, in dunklen Farben gekleidete Frau und betritt die Türschwelle.

Es ist Domitilla, die Nachbarin: eine großartige Wahrsagerin, die in Kristallkugeln,

Kaffeersatz und den Resten von Tellern die Zukunft lesen kann... auch wenn ihre Vorhersagen nicht immer eintreffen.

Domitilla trägt einen Korb aus Weide.

„Ich habe dir Abendessen mitgebracht!“, ruft sie fröhlich, während sie den Korb auf den Tisch stellt.

Dann schaut sie sich erstaunt um und fügt hinzu: „Um Himmels willen! Was für ein Durcheinander! Wie kannst du so nur arbeiten?“

Drusilla zuckt mit den Schultern und geht zurück zu ihren Reagenzgläsern und Brennblasen. In den letzten Wochen hatte sie kaum Zeit für Aufräumen und Hausarbeit. Und wenn Domitilla und ihre sorgfältig zubereiteten Mahlzeiten nicht da wären, hätte sie wahrscheinlich vergessen zu essen...

Die Internationale Magie-Messe ist in nur drei Tagen, und die junge Hexe will sicherstellen, dass alle ihre Rezepte perfekt sind, um sie dort zu präsentieren und zu verkaufen.

Die Messe ist eines der wichtigsten Ereignisse in der Welt der Magie. Sie findet alle vier Jahre

in einer anderen Stadt statt und zieht Magier und Hexen aus allen Ecken des Planeten an. Drusilla weiß, dass dies ihre Chance ist: Endlich kann sie ihre Kreationen, Tränke und Zauber dem ganzen Weltpublikum zeigen.

„Was für ein seltsamer Geruch... Was kocht da drin?“, fragt Domitilla und geht zur Feuerstelle, um den großen Kessel zu betrachten.

Die Katze, die von der Bewegung der Frau gestört wird, flüchtet mit einem protestierenden Miauen in eine andere Ecke des Raumes.

„Rhabarbersaft, Zitronensaft, Ingwer, Termiten-Eier, Schlangengift...“, zählt Drusilla abgelenkt auf, ohne den Kopf von ihrer Arbeit zu heben.

– Aber das ist eine ekelerregende Mischung! Und was könnte so etwas wohl bewirken?“, fragt Domitilla und zieht die Nase hoch.

– Es ist ein Verjüngungstrank...“, antwortet Drusilla.

– Ein Verjüngungstrank? Wirklich?“, fragt die Wahrsagerin nun mit erkennbarer Neugier. „Und... funktioniert das?“

– Ja, natürlich funktioniert es!“, bestätigt Drusilla. „Es könnte jeden wieder zum Kind machen...“

– Wieder ein Kind werden?“, schaut Domitilla sie skeptisch an. „Wer möchte denn schon wieder ein Kind werden!?“

Die Wahrsagerin seufzt. Sie weiß, dass ihre junge Freundin sehr geschickt darin ist, neue und wirksame Zaubersprüche zu brauen. Aber manchmal hat sie das Gefühl, dass sie ihre Zeit mit Projekten verschwendet, die keinen Sinn machen...

„Welche Tränke wirst du auf der Messe präsentieren?“, fragt sie, während sie die verschiedenen Gefäße im Raum betrachtet.

„Ich möchte alle mitnehmen, die ich ausprobiert und perfektioniert habe. Es gibt insgesamt 53. Und sie müssen alle in diesen Koffer passen“, antwortet Drusilla und zeigt auf eine mittlere Holzkiste, die auf dem Boden liegt.

Es ist eine eher gewöhnlich aussehende Kiste, mit Ausnahme des Zauberstabes, der funkelnde

Blitze abgibt, und an der Seite das unverkennbare Logo der Internationalen Magie-Messe.

„Du wirst sehr beschäftigt sein... Wirst du es alleine schaffen, das zu transportieren?“, fragt Domitilla.

Drusilla nickt.

„Ja, die Holzkiste kann auf dem Besen transportiert werden.“

Dann seufzt sie und fügt hinzu: „Das Problem sind jedoch Kalk, Kohle und Koko. Du weißt, dass ich sie nicht alleine zu Hause lassen kann. Und ich kann sie niemandem anvertrauen, da sie mich viel zu sehr vermissen würden. Sie sind nicht daran gewöhnt, ohne mich zu leben...“

Domitilla wird plötzlich ernst und nickt. Sie dreht sich um, um den schlafenden Hund „Koko“, die schwarze Katze mit den großen smaragdgrünen Augen „Kohle“, und die gierige Maus „Kalk“ zu beobachten: Drusillas geliebte Haustiere.

Drei kleine Engel, die durch Zuneigung und Vertrauen an ihre Besitzerin gebunden sind. Aber

sobald sie ihnen den Rücken kehrt, stürzen sie sich aufeinander.

Die Katze versucht ständig, die Maus zu fressen. Der Hund geht ständig auf die Katze los. Sie alleine zu lassen ist unmöglich: Sie würden sich gegenseitig die Köpfe einschlagen. Niemand von Drusillas Freunden wäre bereit, sich um sie zu kümmern, wenn sie nicht da ist...

„Du könntest doch mit einem Zauber reisen“, schlägt Domitilla vor, überrascht, dass ihre Hexenfreundin noch nicht daran gedacht hat.

Drusilla schüttelt entmutigt den Kopf.

„Kein Zauber, leider. Gestern ist mein Zauberstab versehentlich in einen der Kessel gefallen und... nun ja... er ist explodiert... Boom!“, antwortet sie und begleitet ihre Worte mit einer Handbewegung.

– Explodiert?“, wiederholt Domitilla erstaunt.

Es ist das erste Mal, dass sie in all den Jahren, in denen sie Hexen und Zauberer kennt, von einem explodierten Zauberstab hört...

Die Wahrsagerin seufzt und schüttelt leicht den Kopf. In ihrem Leben hat sie keine ungeschicktere Hexe als Drusilla gekannt... Sie ist sehr intelligent, das stimmt, aber auch unglaublich tollpatschig... Wie schafft sie es, sich immer wieder in solche Schwierigkeiten zu bringen?

„Ich werde mir einen neuen Zauberstab auf der Messe kaufen“, fährt Drusilla nachdenklich fort. „Vielleicht ein neueres Modell, das ein bisschen widerstandsfähiger ist...“

– Ja, sicher, das ist eine gute Idee“, stimmt Domitilla seufzend zu.

Dann schaut sie auf die Kiste, den Besen, der in einer Ecke lehnt, und auf die drei Tiere, und fragt: „Wirst du es schaffen, die Tiere zusammen mit der Kiste auf dem Besen zu transportieren?“

– Mit der Kiste kann ich nur eins von ihnen gleichzeitig transportieren“, murmelt Drusilla.

– Also musst du mehrere Male hin und herfliegen. Du könntest die Kiste und eines der Tiere zuerst transportieren“, schlägt die

Wahrsagerin vor. „Dann lässt du sie auf der Messe und holst die anderen beiden Tiere.“

Drusilla schüttelt wieder den Kopf. „Oh nein... Ich kann die Kiste nicht unbeaufsichtigt lassen!“, erwidert sie schnell. „Da ist meine ganze Arbeit drin. Ich will wirklich nicht, dass sie verloren geht oder beschädigt wird. Die Kiste muss immer bei mir bleiben, sicher und geschützt!“

– Dann musst du drei Reisen machen...“, schlägt Domitilla vor.

– Leider ist es nicht so einfach. Ich kann Kalk nicht alleine mit Kohle lassen, und Kohle kann nicht alleine mit Koko bleiben“, erinnert die junge Hexe.

Domitilla wird nachdenklich: Kalk, die Maus, kann nicht mit Kohle, der Katze, allein bleiben. Aber auch der Hund Koko kann nicht alleine mit Kohle bleiben...

„Aber verdammt! Es muss doch eine Lösung geben!“, ruft die Wahrsagerin ungeduldig. „Was wäre, wenn du zuerst die Maus, Kalk, mitnimmst? Kohle und Koko bleiben alleine... Ah nein... die

beiden können ja nicht alleine bleiben, das geht nicht! Fangen wir nochmal von vorne an: Sagen wir, du nimmst zuerst die Katze, Kohle. Kalk und Koko warten zusammen zu Hause und sind brav. Dann gehst du zurück und holst die Maus Kalk, nimmst sie zur Messe und lässt sie dort...“

– Mit Kohle?“, fragt Drusilla zweifelt.

– Ach nein... Du hast recht, das geht nicht!“, korrigiert Domitilla schnell. „Fangen wir wieder von vorne an... Du nimmst zuerst die Katze Kohle. Dann gehst du zurück und nimmst den Hund Koko. Und dann lässt du Koko mit Kohle... Oh nein, das geht auch nicht! Verflucht! Es gibt wirklich keine Lösung!“

Seid ihr mit Domitilla einverstanden? Glaubt ihr auch, dass es wirklich keine Lösung gibt?

Die Wahrsagerin ist wirklich traurig. Sie weiß, wie wichtig die Internationale Magie-Messe für ihre Hexenfreundin ist und wie hart sie dafür gearbeitet hat.

Nach einigen Momenten bricht Drusilla plötzlich begeistert das Schweigen:

„Aber es ist doch offensichtlich! Du hast mir gerade eine Idee gegeben!“

– Wirklich?“, ruft Domitilla überrascht.

– Natürlich, du hast mir genau geholfen zu verstehen, wo ich mich geirrt habe!“, stimmt Domitilla mit einem dankbaren Lächeln zu. „Ich glaube, ich habe jetzt die Lösung gefunden!“

– Was ist die Lösung?“, fragt die Wahrsagerin zögernd und ungläubig.

– Hör mir gut zu“, beginnt Drusilla. „Kalk kann nicht allein mit Kohle bleiben. Und Kohle kann nicht allein mit Koko bleiben. Also muss ich zuerst Kohle mitnehmen. Ich lasse ihn auf der Messe und kehre sofort zurück. Ist das bis hierhin klar?“

Domitilla nickt mechanisch, ohne wirklich zu verstehen, wohin ihre Freundin hinauswill.

„Dann werde ich Kalk mitnehmen und zur Messe bringen. Wenn wir dort sind, lasse ich ihn dort, aber ich hole Kohle zurück, damit die Maus und die Katze nicht allein bleiben.“

– Du willst Kohle nach Hause bringen?“

– Genau. Ich bringe ihn nach Hause und nehme Koko mit. Wenn wir dann mit Cacao auf der Messe sind, lasse ich ihn bei Kalk und kehre dann zurück, um Kohle zu holen. Was hältst du davon?“

Drusilla hat ein triumphierendes Lächeln im Gesicht.

Domitilla scheint nachdenklich. Aber nach einigen Momenten des Überlegens ruft sie begeistert: „Du hast recht: Es funktioniert! Natürlich wirst du mehrere Hin- und Rückfahrten machen müssen, aber am Ende werden alle zusammen auf der Internationalen Magie-Messe sein. Und niemand wird verletzt!“

Die junge Hexe nickt zufrieden.

„Und dann muss ich nur noch meinen Stand vorbereiten und allen meine Zaubertränke zum Ausprobieren anbieten“, schließt sie mit einem träumerischen Blick.

– Du solltest nicht vergessen, dir einen neuen Zauberstab zu kaufen“, fügt Domitilla mit einem Lächeln hinzu. „Einen Zauberstab, der ... Explosionen übersteht!“

Worum geht es

Manchmal scheint es, als gäbe es keine Lösung für ein Problem. Das passiert besonders dann, wenn man – wie Drusilla – von Anfang an denkt, dass es keine Lösung geben kann. Aber wie wir gesehen haben, gibt es oft doch eine Lösung, auch wenn sie schwer zu finden ist.

Wenn wir in die falsche Richtung denken, können wir uns selbst einreden, dass es keine Lösung gibt. Sogar dann, wenn uns jemand versichert, dass eine Lösung existiert. In so einem Fall hilft es, mit jemandem darüber zu sprechen.

Wenn wir jemandem erklären, wie wir denken, merken wir manchmal von selbst, wo wir einen Fehler gemacht haben. Oder die andere Person zeigt uns den Denkfehler. Es ist überhaupt nicht schlimm, Fehler zu machen! Jeder macht Fehler – auch wenn die meisten nicht gerne darüber reden. Der Satz „Aus Fehlern lernt man“ ist sehr wahr. Und noch mehr lernen wir, wenn wir uns mit anderen austauschen.

*Aber jetzt zurück zu Drusilla: Wie hat sie das Problem gelöst? Hier mussten **alle unmöglichen***

Optionen ausgeschlossen werden. Zum Beispiel darf man den Hund und die Katze nicht zusammen allein lassen. Genauso wenig wie die Katze mit der Maus. Wenn man alle unmöglichen Lösungen ausschließt, wird schnell klar, dass die Katze zuerst transportiert werden muss.

Manchmal hilft es auch, so zu denken: „Wenn ich diese Entscheidung treffe, lande ich dann wieder am Anfang?“ Zum Beispiel wäre es unnötig, die Katze zur Messe zu bringen und sie gleich wieder nach Hause zu holen.

Es gibt Probleme, die man lösen kann, indem man verschiedene Möglichkeiten ausprobiert oder überlegt, welche Entscheidung die richtige ist. Vielleicht merkt man, dass eine Möglichkeit gar nicht funktioniert. Oder es gibt zwei gute Optionen, und man muss herausfinden, welche besser ist.

Manche Probleme sind schwerer, weil es so viele Möglichkeiten gibt, dass man kaum sehen kann, welche die beste ist. Ein Schachspieler zum Beispiel muss aus vielen möglichen Zügen die besten auswählen – und das ist wirklich schwierig!



EIN ETIKETT FÜR JEDE KISTE

Kannst du herausfinden, was wirklich in drei Muffin-Packungen steckt, wenn alle ihre Etiketten falsch sind und du nur eine Packung öffnen darfst?

„Das ist ja ein Paradies hier!“, ruft Alice voller Freude, ohne ihren Blick von dem Beutel zu lösen, mit dem eine junge Lehrling-Konditorin gerade kleine Blätterteig-Törtchen mit Sahne füllt.

Dem Mädchen läuft das Wasser im Mund zusammen. Wie sie, schauen auch ihre Mitschüler hungrig auf die getrockneten oder kandierten Früchte, die bunten Sahnehäubchen, die Zuckerdekorationen und die frisch gebackenen Kekse, die gerade aus dem Ofen gekommen sind.

Die Schüler der Klasse CM2 A besuchen das Labor der ältesten Konditorei der Stadt, „Die Drei Meringues“. Monsieur Pralin, der Besitzer der Konditorei, führt sie persönlich durch das Labor. Er ist ein älterer und geduldiger Mann, der viele Geschichten und Anekdoten zu erzählen hat.

Monsieur Pralin ist der Ur-Ur-Enkel des Gründers von „Die Drei Meringues“ und ist selbst Konditor geworden, wie alle in seiner Familie. Stolz erklärt er den Kindern, dass der Name der Konditorei von einer Gewohnheit seines Urgroßvaters stammt: Jeden Sonntag bereitete er drei personalisierte Meringues für seine drei Töchter zu. Er erzählt auch, wie sich die Werkzeuge in der Konditorei im Laufe der Zeit verändert haben, immer technologischer geworden sind.

„Auch wenn“, fügt er stolz hinzu, „keine Maschine, so fortschrittlich und präzise sie auch ist, je das Können und die Fantasie eines echten Konditors ersetzen kann!“

Die Kinder hören ihm verzaubert zu, berauscht vom Duft der Kuchen, begeistert von den Brioches, Torten und den verschiedensten Gebäcken. Ja, Alice hat vollkommen recht: Das Labor der „Drei Meringues“ ist wirklich der Ort, der dem Paradies am nächsten kommt!

Der Rundgang ist fast zu Ende. Monsieur Pralin ist gerade dabei, sich von den Kindern zu verabschieden, als einer von ihnen, Mads, schüchtern die Hand hebt.

„Monsieur Pralin...“, beginnt er zögerlich. „Bevor wir gehen, könnte ich bitte ein Gebäck probieren?“

– Ich auch!“, ruft Fabian begeistert dazwischen und fügt schnell hinzu: „Nur eins... bitte!“

Monsieur Pralin lächelt freundlich.

„Aber natürlich! Ich habe eine Überraschung für euch vorbereitet“, erklärt er. „Dort auf dem Verkaufstresen stehen bereits vorbereitete Tütchen für euch. Ein Tütchen für jeden von euch. Und

natürlich auch für eure Lehrer. Aber wenn ihr sie haben wollt, müsst ihr ein kleines Rätsel lösen.“

Die Kinder reagieren mit Erstaunen und Begeisterung, beginnen zu jubeln und ungeduldig zu rufen.

„Mal sehen, Kinder“, fährt Monsieur Pralin fort. „Wie gut seid ihr in Rätselraten?“

Die Kinder rufen alle durcheinander:

„Sehr gut!“

– Naja...“

– Ich liebe Rätsel!“

– Geht so!“

– Ich bin voll gut in Rätselraten!“

– Oh nein!!! Ich hasse das!“

Monsieur Pralin lacht wieder. Er hat offensichtlich viel Spaß mit der Klasse.

„Also, wollt ihr versuchen, das Rätsel zu lösen, das ich für euch habe?“, fragt er, was sofort ein lautes „Ja!“ hervorruft.

„Gut, folgt mir!“, fügt er hinzu und lacht weiter.

Der Konditor führt die Kinder in einen angrenzenden Raum zum Labor, der voll ist mit vorbereiteten Kekspäckchen, Verpackungsmaterial mit dem goldenen Logo der „Drei Meringues“ und glänzenden Bändern, die darauf warten, umgeschnürt zu werden. Dann beginnt er, auf einem Regal zu wühlen. Die Kinder halten gespannt und neugierig den Atem an.

Plötzlich dreht sich Monsieur Pralin um, hält ein Tablett in den Händen und stellt es auf einen Tisch vor die Kinder. Auf dem Tablett liegen drei hübsche rechteckige Päckchen, etwa so groß wie eine Handfläche. Die Päckchen sind weiß, verziert mit dem unverwechselbaren Logo der Konditorei und sind mit einem schönen roten Band und einem Etikett verschlossen. Die Kinder betrachten sie aufmerksam und ein wenig misstrauisch.

„Gut“, beginnt Monsieur Pralin feierlich. „Wie ihr seht, gibt es hier drei Päckchen. In jedem sind zwei Muffins – entweder Vanillemuffins oder Zitronenmuffins. Aber es gibt ein Problem: Alle Etiketten auf den Päckchen sind falsch. Jemand hat sie aus Versehen vertauscht.“

– Oh je! Wer hat das denn gemacht?“, fragt David besorgt, woraufhin alle mit „Schhh!“, „Ruhe!“ und „Sei still!“ antworten.

Monsieur Pralin lächelt.

„Es spielt keine Rolle, wer es war“, entgegnet er. „Denn ich bin sicher, dass ihr alles wieder in Ordnung bringt und herausfindet, was wirklich in jedem Päckchen ist. Und wenn ihr es vor 12 Uhr schafft“, fügt er hinzu und wirft einen flüchtigen Blick auf die Uhr an der Wand, die 11:45 anzeigt, „dann verspreche ich euch, dass die Tütchen mit den Süßigkeiten für euch bereit sind.“

Ein „Oh!“ der Überraschung und Euphorie geht durch die Raum, während die Aufregung steigt.

„Also, wir müssen erraten, was in den drei Päckchen ist?“, fragt Alice und blickt auf den Tisch mit den drei eleganten Päckchen auf dem Tablett.

– Genau“, bestätigt Monsieur Pralin, „aber ihr müsst die Regeln befolgen, die ich euch gebe.“

Die Kinder hören aufmerksam zu und nicken.

„Wie ich schon sagte, sind in jedem Päckchen zwei Muffins. Sie schmecken entweder nach Zitrone

oder nach Vanille. Sie sehen aber alle gleich aus. Um zu wissen, ob es sich um Zitronen- oder Vanillemuffins handelt, müsst ihr sie probieren“, erklärt der Konditor. „Jedes Päckchen hat ein kleines Etikett, aber die Aufschrift ist falsch. Der Inhalt jedes Päckchens entspricht nicht dem, was auf dem Etikett steht.“

Die Kinder nicken, hören aufmerksam zu.

„Die drei Aufschriften sind: ‚Vanille & Vanille‘, ‚Zitrone & Zitrone‘, ‚Vanille & Zitrone‘“, fährt Monsieur Pralin fort. „Eure Aufgabe ist es herauszufinden, wo wirklich die zwei Vanillemuffins sind, wo die zwei Zitronenmuffins sind und schließlich, in welchem Päckchen jeweils ein Vanillemuffin und ein Zitronemuffin sind. Aber um das herauszufinden, dürft ihr nur ein Päckchen öffnen und nur einen Muffin aus dem Päckchen probieren.“

– Nur einen?!?“, ruft Viktor enttäuscht. „Und wie sollen wir das machen?“

– Es ist machbar, keine Sorge! Ihr müsst nur herausfinden, wie“, antwortet Monsieur Pralin und lächelt ermutigend. „Wenn ihr wirklich eure

Belohnung verdienen wollt, müsst ihr das Problem ohne die Hilfe der Erwachsenen hier lösen. Vor 12 Uhr. Ist das klar?“

Die Kinder nicken erneut. Sie sind ungeduldig und wollen endlich mit der Aufgabe beginnen.

„Gut! Viel Glück!“, schließt der Konditor ab, gibt seinen Platz frei und lässt die Gruppe sich um den Tisch versammeln.

„Okay, beginnt Mads und schaut auf die drei Päckchen. Lasst uns eine öffnen und sehen, was drin ist. Dann wissen wir durch Ausschluss, was in den anderen ist.“

Seine Mitschüler schauen sich unsicher an.

„Warte“, antwortet Stella. „Sind wir sicher, dass wir wissen, was in den anderen Päckchen ist, wenn wir zufällig eine öffnen?“

– Lasst uns überlegen“, murmelt David. „Wenn wir das Päckchen ‚Vanille & Vanille‘ öffnen, wissen wir sicher, dass die Muffins nicht beide Vanille sind, weil Monsieur Pralin uns gesagt hat, dass die Etiketten vertauscht wurden. Also könnten wir ‚Vanille & Zitrone‘ oder ‚Zitrone & Zitrone‘ finden.“

– Das stimmt. Aber wir dürfen nur einen Muffin probieren...“, überlegt Alice laut. „Wie können wir sicher wissen, ob es ‚Vanille & Zitrone‘ oder ‚Zitrone & Zitrone‘ ist?“

– Nun... wenn wir einen Muffin probieren und es ist Vanille, ist es gut!“, sagt Fabian ermutigt. „Dann wissen wir sicher, dass es das Päckchen mit der Mischung ist. Und die anderen erkennen wir durch Ausschluss...“

– Du hast recht!“, freut sich Victor. „Dann bleiben nur noch die Päckchen ‚Zitrone & Zitrone‘ und ‚Vanille & Vanille‘. Wir wissen, dass in beiden Päckchen zwei gleiche Muffins sind. Aber im Päckchen ‚Zitrone & Zitrone‘ sind sicher keine Zitronenmuffins, weil das Etikett falsch ist. Also müssen es zwei Vanillemuffins sein...“

– Stopp, warte mal!“, unterbricht Mads skeptisch. „Und wenn wir den Muffin probieren und einen Zitronenmuffin finden, was machen wir dann? Versuchen wir zu raten?“

– Wenn wir einen Zitronenmuffin finden...“, denkt Fabian nach. „Ja, dann werden wir immer noch unsicher sein...“

– Verdammt! Dann funktioniert es so nicht...“, seufzt David enttäuscht. „Schade...“

– Das stimmt, so funktioniert es nicht...“, sagt Sophie. „Aber wir sollten nicht aufgeben: Monsieur Pralin hat gesagt, es gibt eine Lösung. Und wir haben noch ein bisschen Zeit, um sie zu finden, oder?“

Was ist eurer Meinung nach die beste Strategie, um mit Sicherheit den Inhalt der drei Päckchen herauszufinden?

Die Kinder bleiben ein paar Minuten still. Dann holt Stella ein kleines Notizbuch und einen Bleistift aus ihrem Rucksack.

„Was machst du?“, fragt Mads neugierig.

– Ich komme ein bisschen durcheinander. Ich brauche Papier und einen Stift, um die Kombinationen aufzuschreiben“, erklärt sie mit einem schüchternen Lächeln.

– Gerade eben war unser Problem das gemischte Päckchen“, sagt Sophie, als ob sie laut nachdenkt.

„Wie finden wir heraus, ob das Päckchen gemischt ist oder nicht, wenn wir nur einen Muffin probieren dürfen?“

Die anderen Kinder nicken nachdenklich. Alle sind auf die Lösung des Problems konzentriert: die Aussicht, leckere Süßigkeiten von der berühmten Konditorei „Les Trois Meringues“ zu essen, ist wirklich verlockend...

Plötzlich scheint Stella zu zucken.

„Freunde, es gibt eine Möglichkeit, sicher zu wissen, dass das Päckchen, das wir öffnen, nicht gemischt ist!“, ruft sie aus.

– Und wie geht das?“, fragt David.

– Wir wissen, dass alle Etiketten falsch sind“, erklärt Stella.

– Das stimmt!“, ruft Alice und lächelt. „Wenn die Etiketten falsch sind, dann können in dem Päckchen mit dem Etikett ‚Vanille & Zitrone‘ nicht zwei unterschiedliche Muffins sein, sondern müssen es entweder zwei Zitronenmuffins oder zwei Vanillemuffins sein!“

Ein Lächeln erscheint auch auf Fabians Gesicht.

„Ja, das ist richtig! Wenn wir die Packung mit dem Etikett ‚Vanille & Zitrone‘ öffnen, wissen wir von Anfang an, dass die beiden Muffins gleich sind. Wenn wir einen probieren, wissen wir zu 100 %, wie die beiden schmecken! Dann können wir auch herausfinden, was in den anderen Packungen ist...

– Also, fasst Mads zusammen, wenn wir die Packung ‚Vanille & Zitrone‘ öffnen, einen Muffin probieren und er zum Beispiel nach Zitrone schmeckt, wissen wir, dass das richtige Etikett eigentlich ‚Zitrone & Zitrone‘ ist. Dann bleiben nur noch die Packungen ‚Vanille & Vanille‘ und ‚Zitrone & Zitrone‘. Da die Etiketten falsch sind, enthält die Packung ‚Vanille & Vanille‘ keine zwei Vanillemuffins und die mit dem Etikett ‚Zitrone & Zitrone‘ enthält keine zwei Zitronenmuffins. Und sowieso haben wir die Zitronenmuffins schon gefunden.

– Also, durch Ausschlussverfahren muss die Packung ‚Vanille & Vanille‘ gemischt sein, und die mit ‚Zitrone & Zitrone‘ enthält in Wirklichkeit zwei Vanillemuffins“, schließt Viktor triumphierend.

– Wenn wir allerdings den Muffin probieren und feststellen, dass er nach Vanille schmeckt, dann ist das Päckchen, das wir geöffnet haben, mit Sicherheit ‚Vanille & Vanille‘. Gleiches gilt für Zitrone!“, schließt Sophie zufrieden.

– Was sagt ihr? Öffnen wir die Packung ‚Vanille & Zitrone?‘“, fragt Fabian mit einem schelmischen Lächeln.

– Ja!“, rufen die anderen Kinder einstimmig.

– Darf ich probieren? Oder zumindest ein kleines Stück bekommen?“, fragt David ungeduldig.

Seine Schulfreunde lachen amüsiert und zufrieden. Sie sind bereit, ihre Strategie umzusetzen und das köstliche *Happy End* zu genießen.

So können die Schüler der Klasse CM2 A schließlich die leckeren Süßigkeiten genießen, die für sie von der berühmten Konditorei „Les Trois Meringues“ vorbereitet wurden.

Worum geht es

In diesem Rätsel fällt etwas Interessantes auf: Es gibt zwei verschiedene Möglichkeiten, über die man

nachdenken muss. Aber die Schüler der Klasse CM2 A schauen sich zuerst nur die eine an und merken dann, dass der gleiche Trick auch bei der anderen funktioniert.

*Mathematiker machen das oft genauso! Sie sagen zum Beispiel: „Stellen wir uns einfach vor, der Muffin, den wir probieren, ist ein Zitronenmuffin. Falls es kein Zitronenmuffin ist, können wir Zitrone **einfach** mit Vanille **austauschen**, und alles bleibt gleich.“*

Zum Glück ist das Problem in unserer Geschichte so aufgebaut, dass das geht. Es ist nämlich egal, ob es um Zitrone und Vanille oder um Erdbeere und Himbeere geht – das Rätsel bleibt dasselbe.

Aber Achtung: Damit man sich nicht irrt, muss man sicher sein, dass die anderen Möglichkeiten wirklich gleich funktionieren. Mathematiker dürfen solche Abkürzungen nehmen, aber in der Schule klappt das nicht! Wenn euer Lehrer zum Beispiel will, dass ihr zehn Rechnungen macht, könnt ihr nicht nur die erste lösen und sagen: „Die anderen sind ja genauso.“

Warum gibt es eigentlich Rätsel? Wahrscheinlich würdet ihr sagen: „Zum Spaß!“, „Um sich zu testen!“, „Um etwas zu lernen!“ Und das stimmt! Das Tolle ist, dass man Rätsel nicht allein lösen muss. Manche sind richtig schwer, besonders wenn man noch nicht viel Erfahrung hat. Aber oft hilft schon ein kleiner Tipp, um die richtige Idee zu finden.

Wenn ein Rätsel sehr schwierig ist, kann man sich schnell entmutigt fühlen. Aber anstatt aufzugeben, könntet ihr mit der Person sprechen, die euch das Rätsel gegeben hat. Lasst euch einen Hinweis geben, oder lasst euch ein bisschen helfen, bis ihr selbst auf die Lösung kommt. Das Wichtigste ist, die Lösung zu verstehen – dann könnt ihr ähnliche Rätsel später ganz allein lösen!

Mathe lernen funktioniert genauso: Am Anfang bekommt man Hilfe. Bevor ihr ganz alleine komplizierte Aufgaben löst, könnt ihr euch anschauen, wie andere sie lösen. Dann könnt ihr oft einen ähnlichen Weg nehmen, und alles wird viel einfacher.

Jetzt, da ihr gesehen habt, wie man dieses Rätsel löst, könnt ihr ähnliche Rätsel bestimmt allein lösen! Übrigens: Es gibt große Firmen auf der Welt, die solche Rätsel benutzen, um zu testen, wer bei ihnen arbeiten kann. Spannend, oder?



MERLINS ZAUBERGEBURTSTAG

Es sind viele Leute auf der Geburtstagsfeier von Merlin dem Zauberer: Man grüßt sich, indem man sich die Hand schüttelt. Unter all den Gästen gibt es mindestens zwei, die genau der gleichen Anzahl an Personen die Hand geschüttelt haben. Könnt ihr erklären, warum?

Die zwölf Glockenschläge um Mitternacht hallen durch den dunklen, stillen Saal.

Plötzlich, als hätte ein Windstoß sie geöffnet, springt die riesige Holztür auf. Unter den prächtigen Kristalleuchtern gehen Kerzen an und beginnen zu leuchten, während fröhliche Musik den Raum erfüllt.

Dicke Stofftücher, die die langen Tische bedeckt hatten, fliegen zur Seite und geben den Blick frei auf viele verschiedene Speisen und Getränke: Eintöpfe, Brotfladen, Kuchen, Kekse und Puddings liegen auf glänzenden, weiß-gold bestickten Tischdecken.

Im Nu ist der vorher stille, dunkle Saal voller Licht und Geräusche. Elegant gekleidete Gäste erscheinen pünktlich an der Tür. Die große Feier zu Ehren von Merlin, dem Zauberer, kann endlich beginnen!

Um Punkt Mitternacht ist der berühmteste Zauberer der Welt 850 Jahre alt geworden, und seine Freunde, Verwandten und Kollegen sind aus allen Ecken der Erde angereist, um ihn zu feiern. Eine sehr private Feier, nur für die wichtigsten Gestalten der magischen Welt, über die man noch Tage lang in den Zeitschriften sprechen wird!

Feen und Kobolde, Hexen und Zauberer betreten nacheinander den prächtig geschmückten Saal.

Merlin, mit seinem unverkennbaren, endlos langen weißen Bart, seinem spitzen Hut und seinem blauen Seidenmantel, der über den Marmorboden streift, steht am Eingang und begrüßt jeden Gast einzeln, mit einem Lächeln, ein paar freundlichen Worten und einem Händedruck.

Neben ihm steht sein junger Lehrling Pellinore, ein kluger Junge mit magischen Fähigkeiten, aber noch ohne viel Erfahrung.

Stolz, aufgeregt und etwas linkisch beobachtet Pellinore die Gäste, wie sie eintreten und seinen Meister grüßen, und verbeugt sich vor jedem von ihnen voll Respekt und Bewunderung.

Unter den Gästen sind international bekannte Persönlichkeiten, deren Namen oft in Zeitungen, Zeitschriften und im magischen Fernsehen vorkommen. Doch der Berühmteste von allen ist ohne Zweifel Merlin selbst, der Star der Feier.

Während sich die Gäste im Saal sammeln, sieht Pellinore, wie sie sich in kleinen Gruppen unterhalten und sich die Hand geben. Manchmal sind die Händedrucke herzlich und warm, manchmal etwas kühler und höflicher. Einige Gäste scheinen

alte Freunde zu sein, andere werfen sich misstrauische Blicke zu, als ob alte Streitigkeiten sie trennen. Trotzdem ist die Stimmung insgesamt entspannt, freundlich und fröhlich. Alle sind gekommen, um den berühmten Zauberer zu ehren, der von seinem Platz aus zufrieden umherschaut.

Der Saal ist jetzt voll, erfüllt von Stimmen und Leben.

„Erkennst du jemanden?“, fragt Merlin seinen jungen Lehrling, indem er sich zu ihm hinunterbeugt.

Pellinore nickt eifrig, etwas überwältigt von so vielen berühmten Gesichtern. Für ihn, der eines Tages selbst zu den bewunderten Zauberern der Welt gehören möchte, ist es wie ein Traum, an Merlins Geburtstagsfest teilzunehmen.

„Möchtest du, dass ich dir einige deiner Idole vorstelle?“, fragt Merlin, während er seinen dichten weißen Bart streichelt.

Pellinores Augen werden groß.

„Ja, natürlich! Ja bitte, Herr!“ antwortet er schnell, aufgeregt und ungeduldig, und fügt dann fast flehentlich hinzu: „Bitte!“

Merlin lächelt. Hinter seinen Brillengläsern funkeln seine Augen vor Freude.

„Ich werde es tun, ich werde es tun,“ beruhigt er ihn. „Aber unter einer Bedingung.“

„Einer Bedingung?“ wiederholt Pellinore überrascht und ein wenig besorgt.

Er weiß, dass sein Meister streng und anspruchsvoll sein kann...

„Unter der Bedingung, dass du eine Frage beantwortest. Nur eine,“ sagt Merlin, während er mit seinen grauen Augen in die blauen Augen des Jungen schaut. „Vergiss nie: Belohnungen muss man sich verdienen!“

Pellinore nickt, nun ernst und aufmerksam.

„Und welche Frage ist das?“ fragt er ängstlich.

„Hör genau zu,“ beginnt der Zauberer langsam, als würde er unterrichten. „Auf einer Feier wie dieser gibt es immer mindestens zwei Personen, die genau gleich vielen anderen Gästen die Hand geschüttelt haben. Kannst du mir sagen, warum das so ist?“

Der Junge schaut ihn verwirrt an.

„Ihr sagt, ihr seid ganz sicher, dass hier zwei Personen sind, die genau gleich oft Hände geschüttelt haben? Und das wisst ihr, ohne es nachzuzählen?“ fragt er erstaunt.

– Ja, ich kann mit Sicherheit sagen, dass es unter all den Gästen mindestens zwei gibt, die die gleiche Anzahl an Personen die Hand geschüttelt haben,“ antwortet Merlin. „Es können sogar mehr als zwei sein.“

Nach einem kurzen Moment fügt Merlin hinzu:

„Denk daran, niemand kann sich selbst die Hand schütteln. Und wenn sich zwei Personen mehrmals die Hand geben, zählt das trotzdem nur einmal. Wie kann ich also so sicher sein?“

Und du, kannst du Merlins Frage beantworten?

Pellinore senkt den Kopf, ganz in Gedanken versunken. Er schaut sich um, als könnte er die Lösung im Getümmel finden. Hexen, Zauberer, Kobolde und Feen drängen sich im Saal, reden, lachen, kosten Eintöpfe und Süßes, trinken Nektar

und Wein. Wie soll er sicher wissen, wer wem die Hand gegeben hat?

Der Junge denkt nach und überlegt weiter. Auf einer Feier kann es jemanden geben, der allen die Hand schüttelt, und jemanden, der nur wenige begrüßt. Und vielleicht gibt es sogar jemanden, der niemandem die Hand gibt. Wie kann man sicher sein, dass mindestens zwei Gäste gleich viele Händedrücke verteilt haben?

„Du wirst die Antwort nicht finden, indem du dich umsiehst,“ warnt Merlin freundlich. „Du hast schon alle nötigen Informationen. Alles, was du brauchst, ist hier, in deinem Kopf!“

Während er das sagt, tippt er mit dem Finger an Pellinores Stirn. Pellinore schaut ihn fragend an.

„Wirklich?“ fragt er überrascht. „Das scheint so kompliziert...“

Merlin lächelt.

„Manchmal hilft es, ein scheinbar schwieriges Problem mit einem einfachen Beispiel zu verstehen,“ schlägt er verständnisvoll vor. „Denk an Zahlen und fang damit an.“

Pellinore hört aufmerksam zu.

„Ich stelle mir eine Feier mit weniger Gästen vor...“, murmelt er zögernd.

Der Zauberer nickt, ermutigt ihn, weiterzumachen. „Ich stelle mir eine Feier mit 10 Personen vor,“ denkt Pellinore laut nach. „Gut. Wenn es insgesamt 10 Leute gibt, wie kann ich sicher sein, dass zwei von ihnen gleich viele andere begrüßt haben?“

Konzentriert verengt Pellinore die Augen.

„Vielleicht solltest du dir überlegen, wie viele Leute man mindestens und höchstens begrüßt haben kann,“ schlägt Merlin vage vor.

Pellinore nickt.

„Es könnte jemanden geben, der alle anderen 9 Personen begrüßt hat,“ sagt er nach kurzem Nachdenken. „Also mindestens einer könnte 9 Händedrucke verteilt haben.“

Aber,“ fügt er sofort hinzu, „es könnte auch jemanden geben, der niemandem die Hand gibt. In diesem Fall könnte niemand behaupten, wirklich alle

begrüßt zu haben, denn einer hat ja niemanden begrüßt.“

– Gut. Wie du siehst, schließen sich diese beiden Möglichkeiten gegenseitig aus,“ bemerkt Merlin.

– Ja,“ bestätigt Pellinore. „Wenn also alle mindestens eine Person begrüßt haben, liegen die möglichen Händedrucke zwischen 1 und 9. Aber wenn jemand niemanden begrüßt hat, dann liegen die möglichen Händedrucke zwischen 0 und 8. Denn in diesem zweiten Fall ist es unmöglich, dass jemand alle begrüßt hat, da einer ja gar keine Hand geschüttelt hat.“

Merlin lächelt zufrieden.

„Gut gemacht, junger Mann!“ sagt er. „Jetzt fehlt nur noch der letzte Schritt. Du hast 10 Personen auf der Feier, und die Anzahl der Händedrucke reicht entweder von 1 bis 9 oder von 0 bis 8.“

Pellinore nickt diesmal selbstbewusster.

„Jetzt verstehe ich es! Ich hab’s!“ ruft er aus. „Es gibt 9 mögliche Zahlen für die Anzahl der Händedrucke (entweder 1 bis 9 oder 0 bis 8). Aber es sind 10 Gäste da. Wenn ich 10 Personen auf 9

mögliche Zahlen verteilen muss, muss mindestens eine Zahl zweimal vorkommen!“

Der Junge lächelt stolz.

„Also haben unter den 10 Gästen mindestens zwei dieselbe Anzahl von Händedrücken verteilt,“ schließt er mit leuchtenden Augen. „Dieses Argument gilt sogar, wenn es mehr als 10 Gäste wären...“

– Ganz genau!“ lobt ihn Merlin und klopf ihm leicht auf die Schulter. „Egal wie viele Gäste da sind: Das Argument gilt immer. Oder einfach gesagt: Sobald es mindestens zwei Personen gibt, muss es diese Wiederholung geben. Und jetzt... welche magischen Stars möchtest du kennenlernen, Pellinore?“

Worum geht es

*Die Frage, die Merlin an Pellinore stellt, basiert auf dem **Schubladenprinzip** – einem klassischen Thema in der Mathematik, das sich mit Wiederholungen befasst. Seine Grundversion besagt, dass, wenn du mehr Auswahlmöglichkeiten hast als*

Optionen, es auf jeden Fall Wiederholungen geben wird.

Zum Beispiel, stellen wir uns vor, in einer Kiste gibt es viele Socken, aber nur in vier verschiedenen Farben. Wenn wir fünf Socken zufällig nehmen, werden wir auf jeden Fall mindestens zwei Socken der gleichen Farbe haben (auch wenn wir nicht wissen, welche Farbe sie haben werden). Das bedeutet auch, dass wir vielleicht mehr als zwei Socken der gleichen Farbe oder zwei Paare mit unterschiedlichen Farben nehmen können.

Eine genauere Version des Schubladenprinzips gibt auch Informationen darüber, wie viele gleiche Ergebnisse möglich sind.

Zum Beispiel, wenn wir fünf Mal eine Münze werfen, werden wir mindestens 3 gleiche Ergebnisse haben, das heißt, mindestens 3 Mal „Kopf“ oder mindestens 3 Mal „Zahl“.

Wie bekommt man diese minimale Anzahl an gleichen Ergebnissen? Man teilt die gegebene Zahl (in diesem Fall 5) durch die Anzahl der verschiedenen Ergebnisse (hier „Kopf“ oder „Zahl“), also 2. Der Quotient ist 2,5. Da dies keine

ganze Zahl ist, nehmen wir die nächsthöhere ganze Zahl, also 3.

Um diese Berechnung zu verstehen, muss man sich vorstellen, dass die minimale Anzahl an gleichen Ergebnissen entsteht, wenn die Ergebnisse so gleichmäßig wie möglich verteilt sind.

Zum Beispiel, wenn wir eine Münze vier Mal werfen, wäre der **Pechfall**, wenn wir 2 Mal „Kopf“ und 2 Mal „Zahl“ erhalten. Wenn wir dann einen fünften Wurf machen, wissen wir bereits, dass wir entweder „Kopf“ oder „Zahl“ bekommen werden. Insgesamt haben wir also nach fünf Würfen mindestens 3 Mal „Kopf“ oder mindestens 3 Mal „Zahl“ erhalten: 3 ist also die **optimale Zahl**, die wir bei 5 Würfen erreichen können, egal unter welchen Umständen.

Beachtet, dass Mathematiker oft, um ein Problem zu verstehen, sich auf den schlimmsten Fall konzentrieren, weil alle anderen Fälle ähnlich gelöst werden können oder sogar einfacher.

In der Erzählung haben wir auch entdeckt, dass es hilfreich ist, ein Problem zu veranschaulichen,

also ein konkretes Beispiel zu verwenden, um es zu verstehen.

Zum Glück können viele mathematische Eigenschaften durch Beispiele verstanden werden: In Fällen, in denen das Denken und die Vorgehensweise, die zur Lösung von speziellen Fällen führen, uns zur Lösung des allgemeinen Falls führen.

Aber Vorsicht! Um eine allgemeine Eigenschaft zu beweisen, reicht es nicht aus, nur ein Beispiel zu nehmen: Man muss in der Lage sein, aus diesem Beispiel eine allgemeine Regel abzuleiten und zu überprüfen (oder sich ohne Zweifel davon zu überzeugen), dass sie immer funktioniert.



DIE VERRÜCKTEN BILDERRAHMEN

Ist es möglich, eine Reihe von Bildern wieder in die richtige Reihenfolge zu bringen, indem man immer nur zwei auf einmal vertauscht?

Endlich ist der große Tag da: Heute ist die Eröffnung von Pictos erster Ausstellung! Der König und die Königin von Glühtal haben ihm erlaubt, seine Werke in einem schönen Gang des Schlosses Funkenfels auszustellen. Die Ausstellung dauert

zehn Tage. Und wenn seine Arbeiten gut ankommen, wird Picto als Belohnung den prestigeträchtigen Titel „Hofmaler“ erhalten.

Der junge Künstler ist natürlich nervös und aufgeregt. Zum ersten Mal in der Geschichte des Königreichs hat ein Drache – ja, Picto ist ein Drache (wenn auch ein kleiner) – die Chance, einen Posten am Hof zu bekommen.

Und was für ein Posten! Es wäre eine riesige Ehre, die seine ganze Familie stolz machen würde. Der junge Künstler ist überglücklich!

Der Flur, in dem die Ausstellung stattfindet, ist mit einem langen roten Teppich ausgelegt, der einen schönen Farbtupfer verleiht. Auf einer Seite öffnen sich große Fenster mit atemberaubendem Blick auf Glühtal. Picto hat den ganzen Morgen damit verbracht, seine Bilder an der gegenüberliegenden weißen, leeren Wand aufzuhängen. Nach langem Überlegen und vielen Zweifeln hat er sich entschieden, eine Serie mit dem Titel „Von A bis Z“ zu zeigen. Sie umfasst alle Buchstaben des Alphabets, jeder in einem kleinen Rahmen, der auch Teil einer bildhaften Geschichte ist. Deshalb ist es

wichtig, dass die Buchstaben in der richtigen Reihenfolge von A bis Z hängen.

„Bist du bereit? In einer Stunde lassen der König und die Königin die Türen öffnen!“, ruft ein kleiner fliegender Zwerg mit hoher Stimme. Er schwebt über dem Drachen und setzt sich auf seine Schulter.

Es ist Flash, Pictos Freund. Der Zwerg und der Drache sind zusammen im Wald von Glühtal aufgewachsen und haben seit ihrer Kindheit zusammen gespielt. Flash war der Erste, der Pictos künstlerisches Talent erkannte und ihn ermutigte, dem Königspaar seine Werke zu zeigen.

„Ja,“ antwortet Picto und betrachtet zufrieden die Bilder an der Wand. „Alles scheint in Ordnung... außer mein Magen!“

Während er das sagt, streicht er über seinen Bauch.

„Du bist nervös, nicht wahr?“ fragt Flash verständnisvoll. „Weißt du, was du tun solltest? Geh in die Küche, trink eine heiße Tasse Tee und ruhe dich dann auf einem bequemen Sofa aus. Wenn sich dann die Türen öffnen, bist du fit und bereit, die Besucher zu empfangen!“

Picto scheint nicht überzeugt.

„Ich will meine Bilder nicht alleine lassen...“ murmelt er und schüttelt leicht den Kopf.

– Aber was soll denn mit ihnen passieren?“ neckt Flash lachend. Als er jedoch Pictos ernsten Gesichtsausdruck sieht, versucht er ihn aufmunternd zu beruhigen: „Keine Sorge, ich bleibe hier und passe auf, während du etwas trinkst und dich ausruhst. Versprochen, deine Bilder sind sicher!“

Feierlich legt der Zwerg eine Hand aufs Herz. Nach kurzem Zögern seufzt Picto.

„Du hast recht... Ich muss mich wirklich entspannen,“ murmelt er, als spräche er mit sich selbst. „Und da du hierbleibst... weiß ich, dass ich dir vertrauen kann!“

Flash nickt lächelnd und beginnt wieder fröhlich im Flur umherzufliegen.

„Von hier oben kann ich alles überwachen!“ ruft er. „Geh schon, ruh dich aus!“

Picto schenkt ihm ein dankbares Lächeln und geht den Korridor entlang Richtung Schlossküche. Der Zwerg fliegt weiter munter hin und her.

Nach wenigen Augenblicken der Stille rollt plötzlich ein Ball laut über den roten Teppich, gefolgt von zwei lockigen Köpfen von Kindern. Es sind Prinz Astre und Prinzessin Lune, die atemlos durch den Flur rennen und dabei großen Lärm verursachen!

„Hey, ihr Kleinen! Hey!“ ruft der Zwerg laut, während er nach unten fliegt. „Hier könnt ihr nicht Ball spielen! Es gibt eine Ausstellung, und gleich kommen die Besucher!“

Die beiden Kinder halten an, keuchen und drehen sich zu ihm um.

„Es ist nicht unsere Schuld...“ sagt Prinz Astre mit einem listigen Lächeln. „Der Ball ist weggelaufen.“

– Weißt du, es ist ein ziemlich frecher Ball...“ fügt Prinzessin Lune kichernd hinzu.

Der Zwerg lächelt nun auch, angetan von ihren niedlichen Gesichtern.

„Schon gut, schon gut,“ sagt er.

Dann hebt er den Ball vom Boden auf und fügt hinzu: „Kommt, bringen wir diesen frechen Ball hier weg. Vorwärts, marsch!“

Mit diesen Worten verlässt er fliegend den Flur in Richtung Schlosshof, gefolgt von den beiden Kindern. Das Echo ihrer Schritte und Stimmen verklingt langsam.

Nun ist der Flur wieder still und leer. Doch plötzlich erscheint ein Schatten auf dem roten Teppich. Leise aber flink geht er hin und her. Oh nein! Er nimmt die Bilder ab und hängt sie an falsche Stellen!

„He! Was treibst du da? Hör auf!“ schreit plötzlich Flash, der gerade zurückgekehrt ist und durch den Flur fliegt. „Fass diese Bilder nicht an!“

Der Schatten ist erschrocken, hängt noch schnell den letzten Rahmen auf und will dann eilig fliehen.

„Carbo, was hast du getan?“ ruft der Zwerg entsetzt, als er sieht, dass alle Rahmen durcheinander sind, und den Schuldigen erkennt.

Es ist der frühere Hofmaler Carbo, der wegen eines misslungenen Gemäldes entlassen und in den Stall geschickt wurde.

„Diese Ausstellung wird ein Desaster!“ ruft Carbo spöttisch. „Der König wird es bemerken, den Drachen rauswerfen und ich kann endlich meinen Platz zurückbekommen!“

– Du weißt genau, dass Picto nichts für deine Entlassung kann!“ ruft Flash empört und wütend. „Ich werde allen erzählen, dass du die Ausstellung sabotieren wolltest!“

Carbo lacht.

– Und ich werde sagen, dass es nicht stimmt,“ erwidert er. „Du hast keine Beweise gegen mich! Es ist dein Wort gegen meines. Die Leute werden denken, du beschuldigst einen Unschuldigen nur, um deinem untalentierten Freund zu helfen...“

Mit einem herausfordernden Blick verlässt Carbo rasch den Flur.

Flash sieht sich traurig um: In einer halben Stunde beginnt die Ausstellung und alle Bilder hängen falsch! Was wird Picto sagen, wenn er dieses Chaos sieht? Wie wird er reagieren? Es wird ihm das Herz brechen! Er wird seinem besten Freund nie wieder vertrauen. Schlimmer noch – Flash schaudert bei

dem Gedanken – vielleicht will er nicht einmal mehr sein Freund sein...

Der arme Zwerg kann das nicht zulassen. Er muss schnell eine Lösung finden! Aber leider sind die Rahmen, auch wenn sie klein sind, zu schwer für ihn allein. Was tun?

Er bekommt eine Idee. Im Handumdrehen fliegt er den Flur entlang, man weiß nicht wohin. Als er ein paar Minuten später zurückkehrt, hat er Prinz Astre und Prinzessin Lune dabei. Die beiden Kinder folgen ihm neugierig und etwas misstrauisch.

„Ich habe nicht ganz verstanden... Was sollen wir tun?“ fragt die kleine Prinzessin, während sie sich umschaute. „Die Bilder hängen alle, genau wie vorhin...“

– Aber sie sind nicht in der richtigen Reihenfolge,“ erklärt Flash ernst. „Sie wurden vertauscht. Und wir haben wenig Zeit, sie richtig aufzuhängen.“

– Und was ist die richtige Reihenfolge?“ fragt der kleine Prinz.

– Auf jedem Rahmen steht ein Buchstabe des Alphabets. Wir müssen sie von A bis Z ordnen, von

links nach rechts,“ sagt der Zwerg, wobei er auf das Ende des Flurs zeigt, das näher am Eingang ist.

Die Kinder nicken. Sie hängen sehr an Picto und sind bereit, alles zu tun, um ihm zu helfen.

„Okay... Wo fangen wir an?“ fragen Astre und Lune, während sie sich umsehen.

– Gute Frage...,“ murmelt der Zwerg nachdenklich.

– Wir könnten alle abnehmen und nacheinander richtig aufhängen...,“ schlägt Astre vor, während er sich umsieht.

– Ich weiß nicht... Ich fürchte, wir machen ein riesiges Durcheinander,“ antwortet Lune besorgt. „Wir können nicht alle Bilder auf den Boden legen, dafür ist kein Platz, und wir könnten stolpern... Sie gegen die Wand zu lehnen ist auch zu riskant: Wir könnten sie aus Versehen treten, während wir ein anderes Bild aufhängen. Wir dürfen Pictos Bilder nicht beschädigen!“

Was meinst du? Welche Strategie könnten Flash, Astre und Lune anwenden, um die Bilder in die richtige Reihenfolge zu bringen?

Astre knurrt unzufrieden. Dann geht er zum Buchstaben A, der mitten an der Wand hängt, weit weg von seinem richtigen Platz.

„Ich nehme in der Zwischenzeit dieses A und bringe es an den Anfang!“ ruft er. „Irgendwo müssen wir ja anfangen...“

Er nimmt das A ab und bringt es dorthin, wo es hingehört: an den Anfang des Alphabets, als erstes Bild der Ausstellung. Genau dort hängt im Moment der Buchstabe G ... was für ein Durcheinander!

„Warte, ich nehme das G ab, damit ich dir Platz mache...“, sagt Lune. „Wo soll G hin?“

Die beiden Kinder schauen sich um und beginnen zu zählen.

„Wartet,“ unterbricht Flash plötzlich. „Das ist nicht nötig. Hängt das G an die Stelle, an der vorher das A hing!“

Die beiden Kinder schauen ihn fragend an.

„Aber das ist doch nicht sein richtiger Platz!“ protestieren Prinz und Prinzessin im Chor.

– Macht einfach, was ich sage!“ bittet der Zwerg die Kinder. „Dann holen wir B, hängen es rechts neben A, wo jetzt P ist. P kommt auf den freien Platz, wo vorher B war. Dann holen wir C... und so weiter.“

– Also schlägst du vor, immer zwei Bilder auf einmal zu tauschen?“ fragt Lune zögernd.

Der Zwerg nickt.

„Du meinst, das klappt? Und wir werden rechtzeitig fertig?“ fragt das Mädchen weiter.

– Ja, vertraut mir,“ beruhigt Flash sie. „Wir machen es schön ordentlich und laufen keine Gefahr, uns zu vertun oder über die Bilder zu stolpern.“

– Worauf warten wir? Los geht’s!“ ruft Astre voller Energie.

Die beiden Kinder befolgen Flashs Anweisungen genau, rennen schnell von einem Ende des Flurs zum anderen. Sie arbeiten wie ein gut eingespieltes Team, während der Zwerg aufmerksam und besorgt zusieht.

Buchstabe für Buchstabe, indem sie immer zwei tauschen, schaffen es die Kinder, den Buchstaben Y rechts neben X zu platzieren. Nun sind alle Buchstaben von A bis Y an ihrem Platz. Rechts neben Y ist nur noch ein Buchstabe übrig: Z, der letzte im Alphabet, der bereits richtig hängt!

„Juhu! Wir haben es geschafft!“ jubeln Lune, Astre und Flash gemeinsam.

Der Zwerg atmet erleichtert auf: Pictos Ausstellung ist gerettet, und ihre Freundschaft auch!

Worum geht es

Diese Geschichte basiert auf der mathematischen Theorie der Permutationen, das bedeutet auf dem Austauschen (oder besser gesagt dem „Umordnen“) von Objekten. Es gibt viele mögliche Permutationen, selbst wenn nur wenige Objekte vorhanden sind. Man kann sich zum Beispiel vorstellen, dass die Art und Weise, wie sich 10 Personen in einer Schlange anstellen könnten, das Produkt der Zahlen von 1 bis 10 ist – also eine Zahl, die mehr als 3 Millionen beträgt! Und die Umordnungen des deutschen

Alphabets sind das Produkt der Zahlen von 1 bis 26, was eine riesige Zahl mit 27 Ziffern ergibt!

Wie erhält man diese Zahlen? Versuchen wir, es mit einem einfachen Beispiel zu erklären: Stell dir vor, du musst 3 Personen in einer Schlange aufstellen. Für den ersten Platz hast du 3 mögliche Wahlmöglichkeiten.

Sobald das entschieden ist, bleiben noch 2 Personen übrig, zwischen denen du den zweiten Platz wählen kannst. Wenn das auch erledigt ist, wird die letzte Person den dritten Platz einnehmen. Zusammengefasst bedeutet das: Du hast eine erste Wahl zwischen 3 Personen und eine zweite Wahl zwischen 2 Personen, was insgesamt $3 \times 2 \times 1 = 6$ mögliche Umordnungen ergibt.

*Ein grundlegendes Element der Theorie der Permutationen ist, dass jede Umordnung von Objekten mit Hilfe von **Transpositionen** durchgeführt werden kann. Transpositionen sind Umordnungen, bei denen jeweils nur zwei Objekte vertauscht werden. Jede Transposition kann durch das Tauschen von benachbarten Objekten erreicht werden. Stell dir zum Beispiel vor, du möchtest das A*

und das D im Alphabet tauschen: Du kannst das A mit dem B tauschen, dann das A mit dem C und schließlich das A mit dem D, sodass du BCDAEFG... erhältst. Dann tauschst du das D mit dem C und dann das D mit dem B, sodass du DBCAEFG... erhältst, genau so, wie du es dir gewünscht hast.

Ein weiteres interessantes Element von Permutationen ist, dass die Objekte in Gruppen bewegt werden, die „Zyklen“ genannt werden. Zum Beispiel, wenn die Lehrerin die Plätze aller Schüler in der Klasse vertauscht, so nimmt Anna den Platz von Beatrice, Beatrice den Platz von Claude und Claude nimmt den Platz von Anna. In diesem Fall haben Anna, Beatrice und Claude ihre Plätze auf eine zyklische Weise getauscht.

*Außerdem muss man Permutationen nach ihrer Parität unterscheiden. Eine Permutation ist **gerade**, wenn sie durch eine gerade Anzahl von Transpositionen erreicht wird, und sie ist **ungerade**, wenn sie durch eine ungerade Anzahl von Transpositionen erreicht wird.*

*Vielleicht kennst du das „Puzzle“ – ein klassisches Rätsel, bei dem man 15 Zahlen in einer quadratischen Fläche von 16 Feldern in Ordnung bringen muss. Eines dieser Felder, das sich unten rechts befindet, ist leer. In diesem Spiel, zum Beispiel, wenn man immer darauf achtet, das leere Feld unten rechts zu lassen, kann man nur die Hälfte der möglichen Anordnungen der Zahlen von 1 bis 15 erreichen, da man nur gerade **Permutationen** durchführen kann...*



DIE ZWEI WÜRFEL

Wenn du zwei normale Würfel mit je sechs Seiten wirfst und die Ergebnisse addierst, welche Summe ist am wahrscheinlichsten?

„Pfff!“ seufzt Eddy enttäuscht und legt seinen Stift auf sein Heft. „Wir werden nie alles bis morgen wiederholen können...“

Neben ihm seufzt auch Hanna, ebenfalls entmutigt.

„Es gibt immer noch so viele Kapitel, die wir wiederholen müssen ...“

Die beiden Kinder gehen in die vierte Klasse und üben zusammen für die morgige Mathematik- und Geometriearbeit. Aber je mehr Zeit vergeht, desto schlechter wird ihre Laune.

– Schauen wir mal, wie viele Seiten noch übrig sind,“ sagt Hanna, nimmt Eddy das Buch aus der Hand und blättert darin.

– Viel zu viele!“ antwortet Eddy. „Die Arbeit umfasst fast das ganze Jahresprogramm... Wie sollen wir das nur schaffen?“

– Lass uns anfangen und sehen, wie weit wir kommen,“ schlägt Hanna müde vor, während sie das aufgeschlagene Buch auf den Tisch gleiten lässt.

Die Seite ist bunt, voller Zahlen, Zeichen und Zeichnungen. Oben links steht der Titel „Eigenschaften der Division“ in großen, fetten, leuchtend orangen Buchstaben. Rechts daneben ist ein kleiner Gnom mit weißem Bart, grüner Tunika und roter Zipfelmütze gezeichnet. Auf seiner geöffneten Hand sind die zwei Punkte der Division abgebildet, ebenfalls in Fett und Orange. Der Gnom

scheint dem Leser zuzuwinkern. Sein Name ist Mathemax und er ist offenbar das kleine Maskottchen des Buches.

„Man sollte eine Technik erfinden, um sich alles nach einmal Lesen merken zu können...“, träumt Eddy. „Das würde uns viel Zeit sparen!“

Hanna lächelt.

„Oder einmal lernen, wie man eine bestimmte Rechenart löst, und dann alle ähnlichen Aufgaben ohne Mühe und ohne Fehler rechnen können...“, fährt Eddy verträumt fort. „Das wäre viel einfacher.“

– Oh ja,“ stimmt Hanna zu. „Es wäre so schön, wenn es so eine Technik gäbe. Schade, dass es sie nicht gibt...“

– Vielleicht gibt es sie doch, aber niemand hat sie uns beigebracht,“ meint Eddy.

– Wenn es sie gäbe, wäre sie berühmt... Jeder würde sie kennen wollen,“ wendet Hanna ein. „Wenn keiner davon spricht, gibt es sie wahrscheinlich nicht.“

„Oder vielleicht gibt es sie, aber es ist ein Geheimnis!“ flüstert eine kleine Stimme.

Beide Kinder schrecken auf und wechseln ängstliche Blicke.

„Wer hat gesprochen?“ fragt Hanna, mit einem Anflug von Angst in der Stimme. „Warst du das?“

Eddy schüttelt den Kopf und schaut sich um. Im Wohnzimmer ist außer ihnen niemand. Die Tür zum Flur steht offen, aber dort ist auch niemand zu sehen.

Ein leises, leichtes Lachen ist zu hören.

Verärgert steht Eddy auf und schaut hinter die Tür, in der Annahme, einer seiner Brüder würde ihn ärgern. Aber da ist niemand. Der Flur ist leer.

„Eddy, Eddy...“

Hanna ist aufgesprungen, ihre Augen weit aufgerissen, und zeigt auf eine Stelle auf dem Tisch vor ihr.

„Was...“ Eddy bringt den Satz nicht zu Ende, denn ein Schauer läuft ihm über den Rücken und lässt ihn erstarren.

Auch er sieht es. Dort, auf dem Tisch: etwas außergewöhnlich Schreckliches. Oder schrecklich

Außergewöhnliches? Ein winziger Mann mit rundem, lächelndem Gesicht und langem weißem Bart. Dazu eine spitze Mütze und eine grüne Tunika.

„Ma-the-max?“ stammeln die beiden Kinder erstaunt, als sie das Maskottchen aus ihrem Buch erkennen. „Bist du es wirklich?“

– Höchstpörsönlich!“ ruft der Gnom mit seiner kleinen Stimme. „Aber bitte nennt mich Max. Ich mag kein Getue.“

Mit diesen Worten stellt er sich auf die Buchseite und beginnt munter zu hüpfen.

– Ich konnte es nicht mehr ertragen, regungslos in dieser Position zu bleiben,“ erklärt er. „Mit der Hand ausgestreckt nach vorn. Das ist sehr unangenehm, den ganzen Tag so zu verharren, wisst ihr? Jetzt kann ich mich endlich etwas bewegen.“

Neben dem Titel, auf der Seite über die nichtkommutative Eigenschaft der Division, sind nur noch die zwei orangen Punkte zu sehen. Der Gnom, der sie hielt, ist verschwunden. Oder besser gesagt, er hat die Seite verlassen, um nun leibhaftig auf dem aufgeschlagenen Buch zu hüpfen.

„Du bist echt?“ fragt Eddy vorsichtig, während er den seltsamen kleinen bärtigen Mann beobachtet.

– Sehe ich aus, als wäre ich nicht echt?“ entgegnet der Gnom beleidigt, während er weiterhüpft.

Die beiden Kinder werfen einander misstrauische, staunende Blicke zu. Dann setzen sie sich langsam wieder hin, direkt vor Max.

„Du wohnst im Buch?“ fragt Hanna ungläubig, aber neugierig.

Der Gnom nickt.

„Ihr könnt euch nicht vorstellen, wie langweilig das ist...“ seufzt er. „Den ganzen Tag still dastehen und eure Klagen anhören! Nie lacht jemand oder hat Spaß, wenn er mich anschaut! Dabei bin ich doch wirklich sehr nett... wirklich sehr nett!“

Eddy und Hanna schauen sich an: Auch sie haben noch nie mit einem Lächeln im Gesicht ins Buch geschaut...

Max scheint ihre Gedanken zu erahnen.

„Ich kenne eine todsichere Methode, um schnell zu lernen,“ ruft er, ein strahlendes Lächeln auf dem

Gesicht. „Und ich kann sie euch beibringen! Aber nur, wenn ihr ein wenig mit mir spielt...“

– Mit dir spielen?“ wiederholt Eddy. „Was heißt das?“

– Das heißt, wenn ihr meine Hilfe wollt, müsst ihr mich in einem Spiel besiegen, das ich aussuche.“

– Ein Spiel, das du aussuchst?“ wiederholt Hanna. „Was für ein Spiel ist das?“

Mit einem Fingerschnippen lässt Max ein Spielbrett mit vielen bunten Feldern auf dem Tisch erscheinen. Es sieht aus wie ein großes Gänsepiel. In einer Ecke des Brettes liegen zwei runde Spielfiguren, eine rote und eine blaue, etwa so groß wie ein Keks, sowie zwei ganz normale Würfel, weiß mit schwarzen Punkten von 1 bis 6.

Die Kinder stehen mit offenem Mund da.

„Dieser hier ist meiner!“ ruft der Gnom und schnalzt wieder mit den Fingern, um den roten Stein zu bewegen. Der Stein fliegt wirbelnd durch die Luft und landet auf einem gelben Feld in der Mitte des Spielfeldes.

„Wow! Du bist wirklich ein Zauberer!“ rufen Hanna und Eddy gleichzeitig, voller Erstaunen und Neugier.

Sie fragen sich, was Max noch alles auf Lager hat...

„Und jetzt zu den Regeln!“ verkündet der Gnom mit ernstem Ton, während er sich räuspert. „Wie ihr seht, steht mein roter Stein auf dem Brett. Auf der anderen Seite liegen zwei Würfel und ein blauer Stein. Das Spiel ist folgendes: Ihr müsst entscheiden, wie viele Felder entfernt ihr den blauen Stein vom roten Stein platzieren wollt. Dann werft ihr die beiden Würfel und addiert die Ergebnisse. Das ergibt eine Zahl zwischen 2 und 12. Wenn diese Zahl genau dem Abstand entspricht, den ihr gewählt habt, habt ihr gewonnen. Dann werde ich sehr gerne euer Nachhilfelehrer sein und euch helfen, morgen eine tolle Note zu schreiben!“

– Stimmt, es sind zwei Würfel mit je 6 Seiten. Also müssen wir eine Zahl zwischen 2 und 12 auswählen,“ meint Eddy, während er sich ans Kinn fasst.

– Ja,“ stimmt Hanna zu, die nun auch Spaß daran findet. „Aber wir dürfen nicht irgendeine Zahl nehmen, oder Max? Wir müssen die Zahl finden, die am wahrscheinlichsten ist.“

– Nun, wenn ihr die größten Gewinnchancen haben wollt... müsst ihr gut überlegen!“ sagt der Gnom freundlich. „Los, zeigt mir, wie ihr denkt!“

Wenn ihr an Eddys und Hannas Stelle wärt, welche Zahl würdet ihr wählen?

„Okay...“ murmelt Hanna nachdenklich, während sie nervös ihren Stift dreht.

– Also,“ überlegt Eddy. „Fangen wir vorne an: 2 ist nicht sehr wahrscheinlich, weil man sie nur mit 1 und 1 erhält. Das Gleiche gilt für 12, das man nur mit 6 und 6 bekommt.“

Hanna nickt zustimmend und notiert Kombinationen auf einen gelben Zettel.

„3 ist auch nicht sehr wahrscheinlich, weil man sie nur mit $(1+2)$ oder $(2+1)$ erhält. Aber sie ist

häufiger als 2 und 12, weil es zwei Möglichkeiten gibt,“ fährt Eddy fort.

– Du hast Recht. Schauen wir uns die 4 an,“ sagt Hanna. „Man bekommt sie durch $(2+2)$, $(1+3)$ oder $(3+1)$. Die 5 bekommt man durch $(1+4)$, $(4+1)$, $(2+3)$ oder $(3+2)$.“

– Jetzt die 6,“ ergänzt Eddy. „Sie entsteht aus $(3+3)$, $(5+1)$, $(1+5)$, $(2+4)$, $(4+2)$. Und 7 aus $(1+6)$, $(6+1)$, $(2+5)$, $(5+2)$, $(3+4)$, $(4+3)$.“

Der Junge macht eine kurze Pause und ruft: „Wow! Das sind viele Kombinationen!“

Hanna nickt konzentriert.

„Stimmt, aber schauen wir die restlichen Zahlen auch an,“ murmelt sie. „8 bekommt man aus $(4+4)$, $(2+6)$, $(6+2)$, $(3+5)$, $(5+3)$.“

– Und 9 aus $(3+6)$, $(6+3)$, $(4+5)$, $(5+4)$,“ fährt Eddy fort. „Das ist weniger als bei 6, 7 oder 8.“

– 10 und 11 haben auch weniger Kombinationen,“ denkt Hanna nach einer kurzen Pause laut nach. „10 aus $(5+5)$, $(6+4)$, $(4+6)$. 11 aus $(5+6)$, $(6+5)$.“

Sie notiert die letzten Kombinationen.

„Die Zahlen, die am wahrscheinlichsten sind, sind also 6, 7 und 8, weil sie die meisten Möglichkeiten haben,“ schließt Eddy seufzend. „Welche sollen wir nehmen?“

Hanna schweigt einen Moment, betrachtet ihren Zettel genau, dann lächelt sie:

„Eigentlich ist eine Zahl wahrscheinlicher als die anderen! Schau,“ sagt sie und zeigt auf den Zettel. „Bei 6 und 8 gibt es jeweils eine Kombination mit gleichen Zahlen, $(3+3)$ und $(4+4)$. Bei 7 aber gibt es nur verschiedene Paare: $(1+6)$, $(6+1)$, $(2+5)$, $(5+2)$, $(3+4)$, $(4+3)$. Das sind sechs Möglichkeiten!“

– Du hast Recht!“ ruft Eddy. „7 ist die wahrscheinlichste Zahl! Um die größten Gewinnchancen zu haben, müssen wir unseren Stein also 7 Felder von Max’ Stein entfernt hinstellen.“

– Genau!“ bestätigt Hanna mit einem Nicken.

– Seid ihr wirklich sicher?“ fragt der Gnom, der sie die ganze Zeit schweigend beobachtet hat.

– Ja!“ antworten die Kinder überzeugt.

– 7 ist ganz sicher die wahrscheinlichste Zahl,“ schließt Hanna. „Natürlich brauchen wir auch ein bisschen Glück...“

– Sehr gut, dann könnt ihr jetzt die Würfel werfen,“ sagt Max und lässt den blauen Stein magisch 7 Felder vom roten entfernt platzieren. „Viel Glück!“

Während die Kinder sich anschicken zu würfeln, fügt der Gnom mit einem breiten Lächeln hinzu:

„Egal welche Zahl herauskommt, ich denke, ich helfe euch morgen beim Lernen: Ihr seid kluge Kinder, und ich mag euch sehr!“

Worum geht es

Eine Eigenschaft der Division besagt, dass der Quotient einer Division nicht verändert wird, wenn wir sowohl den Dividenden als auch den Divisor mit derselben Zahl multiplizieren. Das bedeutet zum Beispiel, dass $10 : 2$ dasselbe ist wie $20 : 4$. Wenn wir 10 Bonbons gleichmäßig unter zwei Kindern aufteilen, bekommt jedes Kind 5. Genauso, wenn wir

20 Bonbons und 4 Kinder haben (oder 100 Bonbons und 20 Kinder), bekommt jedes Kind 5 Bonbons.

Wenn ihr älter werdet, solltet ihr euch an diese Eigenschaft erinnern und wissen, wie man sie im Alltag anwendet. Es ist nicht wichtig, die Formulierung auswendig zu lernen, weil ihr sie immer in einem Text über Division nachlesen könnt.

Die mathematische Frage zur Wahrscheinlichkeit mit den Würfeln, die im Mittelpunkt unserer Geschichte steht, ist sehr nützlich für Gesellschaftsspiele wie Backgammon. Auch wenn man beim Spielen Glück mit den Würfeln haben muss, kann man sein Glück „helfen“, indem man gut nachdenkt und so die Wahrscheinlichkeit des Gewinnens erhöht.

Wenn wir zwei klassische Würfel mit sechs Seiten werfen (um es uns vorzustellen: der eine ist rot und der andere blau) mit den Zahlen von 1 bis 6, gibt es 36 mögliche Ergebnisse (denn es ist nicht dasselbe, wenn der rote Würfel eine 5 und der blaue Würfel eine 6 zeigt, als wenn der blaue Würfel eine 5 und der rote Würfel eine 6 zeigt).

Jedes dieser 36 Ergebnisse hat die gleiche Wahrscheinlichkeit, wenn die Würfel richtig hergestellt sind und nicht manipuliert wurden. Die Summe der beiden Würfel muss jedoch eine Zahl zwischen 2 und 12 sein, die also zu einer „Multimenge“ von 11 Zahlen gehört.

Wie wir jedoch in der Geschichte gesehen haben, sind diese Zahlen nicht alle gleich wahrscheinlich.

Wie Eddy und Hanna herausfinden, wenn sie über Max' Rätsel nachdenken, kann die Zahl 12 nur auf eine Weise als Summe der Würfelresultate erreicht werden, während die Zahl 7 auf sechs verschiedene Arten erreicht werden kann.

Wenn wir zu jedem Würfeln die Summe der beiden geworfenen Zahlen zuordnen, haben wir 36 Zahlen, weil es 36 mögliche Würfe gibt. Auf diese Weise kommen bestimmte Zahlen häufiger vor als andere, was erklärt, warum manche Summen tatsächlich wahrscheinlicher sind als andere.

*Zum Beispiel kommt die 7 sechsmal vor, weil sie auf sechs verschiedene Weisen erreicht werden kann. Mathematisch gesehen gehören die Summen zu einer **Multimenge** von 36 Elementen.*

*Aber was ist eine „Multimenge“ genau? Eine Multimenge ist eine Art von Menge, in der die Elemente mehrfach vorkommen können. Ihre **Häufigkeit** – also die Anzahl der Wiederholungen eines Elements – ist dabei sehr wichtig.*

Die Theorie der Multimengen, die die Theorie der einfachen Mengen verallgemeinert, ist sowohl einfach als auch interessant.

Zum Beispiel kann man zwei Multimengen zusammenführen, indem man alle ihre Elemente nimmt, so wie wenn man den Inhalt von zwei Töpfen in einen größeren Topf gießt.

Oder wir könnten die kleinste Multimenge benötigen, die zwei gegebene Multimengen enthält. Das passiert zum Beispiel, wenn wir uns nicht zwischen zwei Rezepten entscheiden können und die Multimengen ihrer Zutaten betrachten. Wenn zum Beispiel in dem ersten Rezept 6 Eier benötigt werden und in dem zweiten 4 Eier, dann müssen wir nicht 10 Eier kaufen, weil 6 Eier ausreichen, egal welches Rezept wir wählen.

*Bravo ! Ihr seid am Ende des Buches angekommen.
Jetzt bleibt uns nur, euch viel Glück bei euren
nächsten mathematischen Abenteuern zu wünschen!*

Quellen und wichtige Literatur

In Zukunft möchten wir nützliche Links zusammenstellen, um die in diesem Buch behandelten mathematischen Themen weiter zu vertiefen und auch neue Themen vorzustellen, die für junge Leser leicht zugänglich sind.

Um auf dem Laufenden zu bleiben, schaut ab und zu auf dieser Webseite vorbei:

<https://www.antonellaperucca.net/fantastishegeschichten.html>

Ein Kuchen für zwei

Dieses Rätsel ist von der Spieltheorie inspiriert. Es ist die einfachste Form des “Kuchenaufteilungsproblems”, im Englischen **Fair Cake-Cutting** genannt.

Raus aus dem Labyrinth

Das Rätsel basiert auf einem Ergebnis aus der mathematischen Labyrinth-Theorie.

Der Kobold, der lügt

Dieses Rätsel stammt aus dem Film *Labyrinth* (1986).

Der neugierige Bote

Diese Geschichte beruht auf einem bekannten Element der Kryptographie, das mit dem sogenannten *Key-Exchange Problem* zusammenhängt.

Tee in der Bibliothek

Diese Geschichte ist von einer klassischen Matheaufgabe inspiriert. Solche Aufgaben (bei denen man die Zahlen leicht ändern kann) werden manchmal *Hourglass Problem* genannt.

Die Waage der Freundschaft

Die Erzählung dreht sich um ein klassisches mathematisches Problem. Es gibt viele Varianten davon, auf Englisch *Weighing Puzzle* oder *False Coin Problem* genannt.

Die zwei Hasen

Das von Frau Schildkröte gestellte Problem ist eine Anpassung des Rätsels „Bronx versus Brooklyn“ aus dem Buch „My Best Mathematical and Logic Puzzles“ (1994) des amerikanischen Wissenschaftsautors Martin Gardner.

Auf Reise mit Hund, Katz und Maus

Dieses Rätsel ist eine Neuinterpretation des klassischen Problems vom Wolf, der Ziege und dem Kohl. Die älteste bekannte Version stammt aus einem Manuskript des 9. Jahrhunderts namens „Propositiones ad acuendas juvenes“, der ältesten bekannten Sammlung mathematischer Spiele und Rätsel. Es wird manchmal dem angelsächsischen Philosophen und Theologen Alkuin von York (735–804) zugeschrieben.

Ein Etikett für jede Kiste

Dieses Rätsel ist eine Anpassung des „Apples and Oranges“-Rätsels, das in Bewerbungsgesprächen von High-Tech-Unternehmen verwendet und in

William Poundstones Buch „How Would You Move Mount Fuji?“ (Little Brown & Co., 2003) erwähnt wird.

Merlins Zaubergeburtstag

Diese Geschichte ist von einem klassischen Problem inspiriert, das auf dem Schubfachprinzip beruht. Es wird manchmal *Handshake Problem* genannt.

Die verrückten Bilderrahmen

Die Erzählung basiert auf einigen grundlegenden Tatsachen der Permutationstheorie.

Die zwei Würfel

Max' Frage ist von einigen Grundideen der Wahrscheinlichkeitslehre inspiriert.

Dankesworte

Danke an meine Studenten Andreas und Jerry, mit denen ich in der Vergangenheit viel Spaß beim Nachdenken über allerlei mathematische Rätsel hatte. Danke an Caterina, die perfekte Korrekturleserin und Freundin. Danke an meine Mama Adriana, die mir die Liebe zur Mathematik geschenkt und mich immer unterstützt hat. Danke an meinen Mann Fritz, ebenfalls Mathematiker, für unsere endlosen Diskussionen. Meiner Tochter Elisa, die jetzt vier Jahre alt ist, sage ich: Ich bin sehr stolz, dass du schon die Zahl -1 kennst. Wer weiß, was du in den nächsten Jahren noch alles lernen wirst! Dieses Buch ist auch für dich.

Antonella

Danke an Antonella, dass sie ihre Ideen und Einfälle mit mir geteilt hat, sodass dieses gemeinsame Buchprojekt entstehen konnte. Ein ganz besonderer Dank an die kleine Vittoria und Linda: Ohne euch wäre ich nie auf die Idee gekommen, ein Kinderbuch zu schreiben! Vittoria,

danke, dass du die Rätsel getestet, diese Seiten vorab gelesen und mir deine Eindrücke mitgeteilt hast. Und danke schließlich an Gregorio für die mathematischen Ratschläge und die moralische Unterstützung.

Lisa

Danke an Selma, die unser Buch mit viel Arbeit, Hilfsbereitschaft und Kompetenz ins Deutsche übersetzt hat. Vielen Dank auch an die Universität Luxemburg, die diese professionelle Übersetzung ermöglicht hat.

Antonella & Lisa