

Antonella Perucca

Lisa Vagnozzi

Douze histoires fantastiques

Énigmes et aventures
pour mathématiciens en herbe

Traduit de l'italien par Amélie Villette

Copyright © 2022 Antonella Perucca, Lisa Vagnozzi

Tous droits réservés.

Illustré par HUMAN MADE (Luxembourg)

ISBN: 9798355676728

SOMMAIRE

<i>Avant de commencer...</i>	I
Un gâteau pour deux	1
Hors du labyrinthe	14
Le lutin menteur	30
Le messager curieux	44
Le thé dans la bibliothèque	61
La balance de l'amitié	72
Les deux lapins	90
En voyage avec le chien, le chat et la souris	102
À chaque boîte son étiquette	115
L'anniversaire de Merlin l'enchanteur	130
Les cadres dérangés	143
Les deux dés	157
<i>Sources et bibliographie essentielle</i>	173
<i>Remerciements</i>	177

Avant de commencer...

Les mathématiques, qu'est-ce que c'est ? Si nous posons cette question aux enfants qui s'appêtent à lire ces récits, ils nous parleront sans doute de tables de multiplication, d'exercices, d'opérations et, plus généralement, de formules à apprendre et de règles à appliquer. En effet, les associant à leur expérience scolaire, ils identifient le plus souvent les mathématiques à un ensemble de normes et de procédures.

Il est notoire que pour beaucoup, adultes comme enfants, les mathématiques sont la discipline « difficile » par excellence, à laquelle « on ne comprend rien » et dont on ne voit peut-être même pas l'utilité, étant donné qu'aujourd'hui les calculatrices et les intelligences artificielles peuvent aisément compter à notre place. Pourtant, quand on y pense, les mathématiques sont comme un « passe-partout », une clé qui ouvre toutes les portes. En nous apprenant à réfléchir et à utiliser la logique, elles nous sont utiles, de manière indirecte, pour résoudre des problèmes qui ne sont pas strictement mathématiques. Elles nous aident par exemple à

prendre des décisions et nous assistent dans différents moments de notre vie quotidienne, sans que, bien souvent, nous en ayons conscience.

Mais il y a plus : les mathématiques nous placent sans cesse devant des défis, nous forçant à développer et à cultiver de nouvelles qualités comme le courage d'apprendre de nos erreurs et de ne pas renoncer devant les difficultés. Ou bien encore la ténacité, qui permet de se confronter à des problèmes nouveaux et difficiles en allant toujours de l'avant. Il s'agit de qualités qui, renforcées par l'exercice de cette discipline, sont toujours utiles dans la vie.

La plupart de nos lecteurs n'imaginaient sans doute pas trouver au beau milieu d'une série de contes des problèmes de mathématiques avec leurs solutions. Et ils ne pensaient pas non plus les voir aborder comme si c'étaient des aventures. Mais en réalité, c'est bien de cela qu'il s'agit : les mathématiques sont réellement une aventure, passionnante même, surtout quand elles sont libérées de toute obligation de réussite et si on les affronte ensemble, en s'aidant mutuellement et en échangeant des idées et des suggestions.

Dans ces pages, nos jeunes lecteurs pourront voyager par l'imagination et réfléchir avec les protagonistes des récits.

Il s'agit de personnages très différents les uns des autres, drôles et bizarres, qui ont tous en commun de devoir résoudre des problèmes apparemment insolubles. Problèmes qui mettent à l'épreuve notre capacité de réflexion, tout en ayant des répercussions concrètes ou en nous apprenant quelque-chose de surprenant, de presque magique.

En suivant ces personnages dans leurs péripéties, les lecteurs seront propulsés dans des situations inattendues, entre des gâteaux au chocolat à partager, des issues de labyrinthe à trouver, des cadres mal accrochés ou bien encore des sabliers. Page après page, ils découvriront non seulement que chaque problème a sa solution mais aussi que, pour la trouver, l'imagination et le travail d'équipe sont essentiels.

Chacun de ces douze récits pose un petit défi en proposant une énigme à résoudre et en suivant les personnages dans leurs tentatives pour en venir à bout, entre tâtonnements, fausses pistes et intuitions résolutoires.

À la fin de chaque conte se trouve un court approfondissement « technique », pour découvrir

quels théories et domaines mathématiques se cachent derrière l'énigme proposée et sa solution.

Nous espérons, qu'en lisant ce recueil de contes, nos jeunes lecteurs prendront conscience que les mathématiques sont bien plus vastes et inclusives que ce qu'on croit généralement et que la résolution d'une énigme est non seulement une source de grande satisfaction mais peut aussi se transformer en une passionnante aventure.

Douze histoires fantastiques



UN GÂTEAU POUR DEUX

Comment les gnomes Fredi et Fredo vont-ils réussir à partager équitablement un gâteau ?

Par un chaud après-midi ensoleillé, un grand groupe d'enfants joue dans le pré. L'écho de leurs cris et de leurs rires résonne entre les arbres du parc tandis que, quelques adultes, sans doute leurs parents, bavardent et échangent des regards amusés et détendus. Sur l'herbe, à côté d'eux, sont étalées de grandes nappes de pique-nique sur lesquelles trônent des plats débordants de petits pains, de

sandwichs et de gâteaux variés, ainsi que des verres, des serviettes et des assiettes.

« Vise cette merveille ! », s'exclame Fredi, un gnome aux joues rouges et à la barbe sombre, observant la scène du haut d'un arbre.

Son compagnon, Fredo, acquiesce, continuant à se balancer paresseusement sur une branche. Il semble fatigué et endormi.

« Oh... Regarde ces biscuits... ils sont au chocolat, n'est-ce pas ? Je donnerai n'importe quoi pour en goûter un ! », continue Fredi, l'eau à la bouche, fixant des yeux un petit plat posé sur une nappe à carreaux.

« Ils en laisseront peut-être quelques miettes quand ils s'en iront... », réplique Fredo sans conviction, toujours bien décidé à se balancer.

« Des miettes !? Mais moi, je ne veux pas les miettes ! Je veux manger ces biscuits ! », répète Fredi énervé, se levant sur sa branche comme s'il voulait passer à l'action.

Son estomac gargouille, contrarié lui aussi.

« Nous ne pouvons pas être vus par les humains, c'est trop dangereux ! le prévient son ami en baillant. Nous devons attendre qu'ils s'en aillent. Pas le choix ! »

Fredi retourne s'asseoir sur la branche en grommelant. Lorsque soudain...

« Les enfants ! Venez, voilà le gâteau ! », retentit une voix parmi les arbres.

Une grande femme brune est en train de traverser la pelouse et appelle les enfants. Dans ses mains, elle tient une grande boîte de carton coloré. Elle la pose soigneusement sur une des nappes de pique-nique et s'agenouille avec l'évidente intention de l'ouvrir.

« Hourra ! Youpi ! », s'exclament avec enthousiasme les enfants, abandonnant leurs jeux et courant de manière désordonnée et bruyante vers la nappe.

« Un gâteau ? Elle a vraiment dit *gâteau* ? » Fredo arrête brusquement de se balancer et, oubliant sa sieste et sa paresse, se met debout sur la branche, en se penchant en direction du pré pour mieux observer la scène.

Puis, désignant la boîte de carton colorée, il ajoute :

« Regarde, Fredi, dans cette boîte-là, il y doit avoir un vrai régal ! »

Mais Fredi, contrarié et de mauvaise humeur, ne réagit pas. Tandis que la nuée d'enfants bruyants

encercle la femme aux cheveux noirs, une chanson un peu fausse se répand : « *Joyeux anniversaire ! Joyeux anniversaire !* », le tout accompagné d'une forte odeur de chocolat.

« Tu la sens, Fredi ? Tu sens cette odeur ? insiste Fredo, ravi, reniflant l'air. Qu'est-ce que je ne donnerais pas pour goûter un peu de ce gâteau... »

Le gnome observe la scène d'un air rêveur. L'odeur de chocolat est de plus en plus intense et alléchante.

« Oh oui, moi aussi je la sens maintenant ! répond soudain Fredi, sortant de sa torpeur et flairant à son tour l'air. C'est délicieux, absolument délicieux !

– Eh oui, il n'y a rien de plus délicieux qu'un beau gâteau d'anniversaire. Sauf que les enfants n'en laisseront pas une miette... vous verrez ! », commente, amusée, une vieille chouette perchée sur une branche voisine.

Bien trop occupés par la contemplation de la fête qui se déroule près d'eux, les deux gnomes ne se sont pas aperçus de son arrivée. La pauvre chouette est un peu contrariée car les jeux des enfants ont dérangé sa sieste.

Les enfants se rassemblent bruyamment autour de la boîte colorée qui est maintenant complètement cachée par leurs têtes.

« S'il vous plait, les enfants : ne mangez pas tout ! supplient en chœur les deux gnomes, se sentant bien démunis.

– Comme s'ils allaient en laisser un seul morceau ! les taquine la chouette. Ils vont tout manger, c'est sûr ! »

Comment arrêter cette horde d'enfants affamés ? Au fond d'eux, Fredi et Fredo savent que la chouette a raison : il ne restera pas une seule miette de ce délice au chocolat... Résignés, l'estomac gargouillant et la déception dans les yeux, ils continuent à regarder en silence la nappe à carreaux surchargée.

Mais, tout d'un coup, un retentissant *braoum* déchire le ciel, faisant sursauter les deux gnomes. Toutes les têtes se lèvent instinctivement vers le haut et des regards inquiets et des voix tendues s'élèvent de tous les côtés du pré.

« C'est le tonnerre ! Il va y avoir un orage ! », disent les humains, courant çà et là.

Dans le désordre et la confusion, on range les sacs, les plats, les verres, les nappes et les paquets

cadeaux, tandis qu'un second *braoum*, encore plus fort que le premier, résonne dans le ciel.

De grosses gouttes de pluie se mettent à tomber, de plus en plus fortes.

« Il ne manquait plus que l'orage... », marmonne Fredo, l'air affligé, retournant s'asseoir sur sa branche et fixant des yeux les nuages sombres.

Sous les arbres, l'incessant va-et-vient des humains se poursuit pendant trente interminables secondes. Jusqu'à ce que, dans le pré désormais désert, ne reste plus... qu'une grosse boîte de carton colorée !

« Regarde, Fredo, c'est le gâteau ! Ils ont oublié d'emporter le gâteau ! », s'écrie Fredi ravi, en montrant le précieux emballage que les participants au pique-nique, dans leur hâte, ont laissé sur l'herbe.

En entendant ces paroles, le visage de Fredo s'illumine d'une joie mêlée à de l'incrédulité. Le gnome se relève, regardant dans la direction indiquée par Fredi.

« Courage ! Allons la récupérer ! », déclarent-ils à l'unisson, pleins d'excitation.

Bondissant agilement de branches en branches, les deux gnomes atteignent le sol puis courent à perdre haleine en direction de cet odorant butin au

chocolat. La boîte est grande et semble plutôt lourde.

Mais, malgré leur taille, Fredi et Fredo ne sont certainement pas du genre à se décourager ! Surtout face à la perspective de goûter un exquis gâteau au chocolat...

« À trois ! », s'exclame Fredi attrapant un côté de la boîte et lançant un regard complice à Fredo, déjà prêt de l'autre côté. « Un, deux, trois... »

Unissant leurs forces, les deux gnomes soulèvent la boîte et, avec des mouvements rapides et bien coordonnés, la transportent rapidement en direction de leur branche.

Maintenant qu'ils sont de nouveau à l'abri et en sécurité, ils peuvent enfin ouvrir la belle boîte colorée et admirer l'objet de leurs désirs.

« Merveilleux ! », s'exclament-ils, enchantés.

Sous leurs yeux, un gâteau entier est apparu. Le couteau au manche noir avec lequel les humains voulaient le découper a été oublié lui aussi à l'intérieur de la boîte. Parfait !

« Il est à nous ! s'exclame Fredo enthousiaste. Rien qu'à nous ! »

Mais la première excitation laisse progressivement place à un autre état d'esprit... Les

deux gnomes commencent à s'échanger des regards circonspects.

« D'accord, mais... comment allons-nous le partager ? demande Fredi soupçonneux.

– C'est moi qui l'ai vu le premier, quand cette femme l'a emporté, c'est donc à moi que revient le plus gros morceau ! déclare Fredo, l'air grave.

– C'est peut-être toi qui l'as vu quand ils l'ont emporté mais c'est moi qui me suis aperçu le premier que les humains l'avaient oublié ! rétorque Fredi agacé.

– Fredo l'a vu quand ils l'ont apporté et Fredi s'est aperçu qu'il avait été oublié : le choix le plus judicieux serait de le partager en parts égales, vous ne trouvez-pas ? suggère la vieille chouette, qui, sur sa branche, continue à les observer.

– Oui, bien sûr... », opine sans conviction Fredo. Puis, saisissant le couteau, prêt à couper, il ajoute : « Je m'en occupe ! ».

« Attends un peu », le retient Fredi, lui prenant le bras et saisissant le couteau. « Si ça ne t'ennuie pas, je vais le faire !

– Et pourquoi est-ce toi qui le ferais ? réplique Fredo impatienté.

– Parce que je suis sûr que tu veux prendre la plus grosse part ! répond Fredi en le regardant avec un air de défi.

– Ce n'est pas vrai ! réplique Fredo, bouleversé. C'est toi qui veux prendre la plus grosse part ! »

Les deux gnomes commencent à se disputer la boîte, chacun tirant d'un côté tandis que l'orage se déchaîne de plus en plus violemment.

« Est-ce vraiment le moment de vous disputer ? les reprend la vieille chouette en secouant la tête.

– Il veut m'arnaquer ! accuse Fredi, tout agité.

– C'est toi qui veux me voler ! réplique Fredo offensé.

– Allons, allons ! Êtes-vous certains qu'il n'y a pas de solution ? demande la chouette d'un ton calme.

– Non... à moins que nous décidions par tirage au sort qui va couper les parts..., grommelle Fredi.

– On peut faire comme ça, c'est une proposition intéressante. Êtes-vous sûrs que cette solution ramènera la paix entre vous ? insiste patiemment la chouette.

– Non, parce que je n'ai pas confiance en lui : si c'est lui qui taille les parts, il prendra la plus

grosse pour lui ! répond Fredo après quelques instants de réflexion.

– Tu ferais pareil ! », réplique Fredi furieux.

La vieille chouette soupire. « Et si nous trouvions une solution qui convienne à tous les deux ? suggère-t-elle.

– Elle n'existe pas, dit Fredi.

– Il n'y en a pas », lui répond Fredo en écho.

Et vous, pensez-vous qu'il existe une solution pour satisfaire à la fois Fredo et Fredi ?

« En fait, il y a peut-être une solution..., continue la chouette. Que diriez-vous si Fredi coupait le gâteau en deux parts et si ensuite Fredo choisissait la part qu'il préfère ? Ainsi, même si Fredi fait deux parts de tailles différentes, Fredo pourra choisir laquelle prendre. Et si Fredi est convaincu de trancher des parts égales, le fait que Fredo choisisse le premier ne lui posera pas de problème. Bref, vous serez satisfaits tous les deux. Cela vous semble une solution raisonnable ? »

Les deux gnomes s'observent quelques instants, demeurant en silence. Au bout du compte, l'idée de

la vieille chouette leur paraît résoudre le problème le plus urgent, à savoir que l'un des gnomes puisse voler l'autre.

« Ça te va si je découpe ? », demande finalement Fredi, d'un ton aimable.

– Et moi je choisis, répond Fredo rassuré, en hochant la tête. Marché conclu ! »

Et, sous le regard ravi de la chouette, les deux gnomes se serrent la main. Le moment si attendu de goûter le délicieux gâteau au chocolat est enfin arrivé...

Pour en savoir plus

Dans cette histoire, nous avons exposé le problème du partage d'un gâteau. Il faut trouver une répartition qui puisse satisfaire les deux gnomes, mettant ainsi fin à leur dispute. La chouette avisée propose que Fredi coupe le gâteau en deux tranches et que Fredo choisisse laquelle prendre.

De la sorte, Fredo ne pourra pas se plaindre : si les deux parts sont de la même taille, il aura eu effectivement la moitié du gâteau. En revanche, si une tranche est plus grosse et l'autre plus petite, étant le premier à choisir, il choisira de toute façon la plus grosse.

De son côté, Fredi ne pourra pas non plus se plaindre : il va s'efforcer de couper deux parts de la même taille et par conséquent, ce que choisira Fredo n'aura pas d'importance. Notons que la solution proposée par la chouette fonctionne aussi en inversant les rôles : Fredo découpe et Fredi choisit.

Mais qu'en serait-il si, au lieu de deux, il y avait trois gnomes à se partager ce gâteau ? Dans ce cas de figure, tout serait plus compliqué mais il existerait tout de même des stratégies...

*La **théorie des jeux** est le domaine des mathématiques qui s'occupe de trouver les meilleures stratégies pour gagner au jeu.*

*Certains jeux sont **équitables**, au sens où les possibilités de gagner sont les mêmes pour tous les joueurs.*

D'autres jeux, en revanche, ne sont pas équitables : cela signifie, par exemple, que le premier joueur peut gagner tout le temps ou avec une plus forte probabilité, s'il joue les bons coups. Savez-vous qu'aux échecs, le joueur qui ouvre la partie a statistiquement un avantage sur son adversaire ?

Si vous voulez vous tester avec un jeu facile à apprendre, pour peut-être en approfondir les stratégies, essayez avec le jeu du morpion (en anglais tic-tac-toe) : vous pouvez vous exercer en mettant au défi vos amis ou en jouant sur l'ordinateur ou avec une application.

Si vous êtes devenus très forts et que le morpion vous semble un peu trop simple, essayez le Reversi / Othello. Et si vous appréciez vraiment les défis, vous pouvez aussi vous lancer dans le difficile jeu de Go.

Malgré son nom, la théorie des jeux ne se limite pas seulement aux jeux ! Elle est également très utile pour affronter certains problèmes de la vie réelle, dans toutes les situations où il faut faire des choix.

Par exemple, elle peut être d'une grande aide quand on souhaite acheter un objet aux enchères, pour savoir quelle offre faire afin d'emporter l'objet à un bon prix. Elle peut aussi permettre à un parti politique de décider avec qui il est plus intéressant de s'allier.



HORS DU LABYRINTHE

Emma est enfermée dans un labyrinthe : réussira-t-elle à trouver la sortie ?

Gênée par une lumière soudaine, Emma ouvre ses yeux bleus. Tout autour d'elle, il y a de grands murs en pierre grise, hauts jusqu'au plafond. Les flammes d'une série de torches éclairent de leurs lueurs vacillantes ce qui semble être un long couloir.

La fillette, encore endormie, se frotte les yeux. Puis elle regarde de nouveau autour d'elle, déboussolée. Elle n'a aucune idée de l'endroit où

elle se trouve et ne se souvient pas d'avoir déjà vu un endroit pareil. Où peut-être bien que... oui... elle l'a déjà vu : ce couloir de pierre, éclairé par des torches, ressemble beaucoup à...

« Bienvenue ! » Derrière elle, une voix caverneuse et un peu rauque la fait sursauter.

La petite fille se retourne et se retrouve devant une grande porte en bois, encadrée par deux statues de pierre.

« Qui a parlé ? demande-t-elle, épouvantée.

– C'est nous. » La voix semble bel et bien provenir d'une des deux statues.

Bien qu'elle soit en pierre, sa bouche bouge et ses yeux sont incroyablement expressifs.

La fillette a l'impression d'avoir un visage humain en face d'elle. Mais il s'agit bien d'une statue en pierre, qui parle et qui bouge... Déroutée et mal à l'aise, Emma se demande comment c'est possible. Où se trouve-t-elle ? Comment ? Pourquoi ?

« Nous sommes les gardiens du labyrinthe de Mythos, ajoute la seconde statue, comme si elle lisait dans ses pensées.

– Un labyrinthe !?! » Emma écarquille les yeux.

Mais bien sûr ! Voilà où elle a déjà vu ce couloir ! Les statues à l'entrée, les torches, les murs très hauts : c'est exactement ainsi que le labyrinthe de Dédale et Icare était représenté dans le livre sur la mythologie qu'elle était en train de lire...

Elle se trouvait dans sa chambre, assise sur le lit, le dos appuyé sur l'oreiller, un livre entre les mains. Et maintenant, la voici dans cet étrange endroit sombre et froid, à parler avec deux gros morceaux en pierre sculptée...

« Vous êtes des statues... parlantes ? demande-elle, hésitante.

– Nous ne sommes pas des statues. Nous sommes des créatures de pierre », précisent ses interlocutrices, un peu offensées.

Emma acquiesce, même si elle a un peu de mal à comprendre la différence. Mais, de toute façon, tout est si étrange autour d'elle...

Instinctivement, elle se dirige vers la porte en bois avec l'intention de l'ouvrir et de sortir.

« Où vas-tu ? lui demande une des créatures de pierre.

– Dehors..., répond la petite fille. Je veux sortir et retourner à la maison.

– Tu ne pourras retourner chez toi que si tu trouves la sortie du labyrinthe. Ici, c’est l’entrée, on ne peut pas sortir par là, déclarent-elles d’un ton catégorique.

– Et alors, où est la sortie ? demande la fillette, de plus en plus effrayée.

– De l’autre côté, répondent-elles. Pour l’atteindre, tu dois parcourir le labyrinthe. Seulement ainsi tu pourras retourner à la maison. C’est ta mission.

– Ma mission... », répète Emma, intimidée. Puis, écarquillant ses yeux bleus, elle ajoute avec inquiétude : « Mais il y a le Minotaure de ce côté-là ?

– Non, il n’y a aucun monstre là-dedans. Il n’y a que toi, réplique une des créatures.

– Prends garde ! dit l’autre. Le labyrinthe n’a pas d’îlots. En d’autres termes, tu ne pourras retourner au point de départ qu’en revenant sur tes pas.

– Il est temps maintenant ! Bonne chance ! », lancent-elles ensuite d’une seule voix, en prenant congé.

Par un étrange déplacement des murs, les deux créatures disparaissent de sa vue, comme englouties par les gros blocs de pierre qui entourent la porte.

Emma se sent seule et perdue. Elle regarde autour d'elle, sans savoir comment faire. Dans le silence, on entend seulement le crépitement des torches qui projettent des ombres dansantes sur les parois.

La petite fille fait quelques pas hésitants le long du couloir de pierre, jusqu'à ce qu'elle parvienne à un premier embranchement.

« Et maintenant, où vais-je aller ? », se demande-elle, désolée en regardant à droite puis à gauche.

Les deux chemins semblent identiques, mal éclairés par les torches brûlantes, et pareillement déserts.

« Comment faire pour retourner à la maison ? »

Effrayée, Emma s'assoit par terre et, cachant son visage dans ses mains, commence à pleurer.

« Petite, pourquoi pleures-tu ? » Une voix claire et toute proche semble s'adresser à elle.

La fillette sursaute. Puis, elle lève la tête, sentant renaître l'espoir. Elle pensait être l'unique prisonnière du labyrinthe, mais en fait... Avec empressement, elle regarde autour d'elle. Mais elle ne voit rien.

« Je ne l'ai pourtant pas imaginé, murmure-t-elle, déçue. Je suis sûre que... »

Elle n'a pas le temps d'achever sa phrase qu'une petite chose saute sur ses vêtements, grimpant le long de son bras gauche. Instinctivement, Emma pousse un hurlement, secouant violemment le bras d'avant en arrière.

« Eh ! Qu'est-ce que c'est que ces manières ? », proteste vivement la voix claire de tout à l'heure.

Emma s'interrompt, incrédule, et observe avec attention un point devant elle. Là, sur le dallage gris, il y a ... il y a un petit grillon vert, avec une étrange et minuscule couronne de laurier posée sur la tête.

« C'est toi qui parles ?? » lui demande la fillette, en le regardant avec méfiance.

– Tu vois quelqu'un d'autre dans le coin ? lui répond le grillon.

– Pardonne-moi pour tout à l'heure, s'empresse de dire Emma. Je ne voulais pas te faire du mal, vraiment !

– Excuses acceptées, lui dit en souriant le grillon, sautant de nouveau sur son bras.

– Aucun doute, pense intérieurement Emma. C'est un vrai grillon, un grillon vert. Et il parle ! D'abord les statues de pierre, maintenant un grillon parlant... cet endroit est décidément très bizarre !

– Comme c’est bon d’avoir de la compagnie ! Je commençais à m’ennuyer ici ! », s’exclame l’insecte.

En dépit des circonstances, il semble de bonne humeur.

« Comment t’appelles-tu, fillette ?

– Moi, c’est Emma et toi ?

– Je m’appelle Dédale.

– Dédale ?!? Comme le constructeur du labyrinthe du Minotaure ? » La petite fille se frotte les yeux, stupéfaite, se souvenant de son livre de mythologie et de ses lectures du soir.

« Oui, c’est bien moi, le constructeur du labyrinthe ! déclare solennellement le grillon.

– Mais tu es... tu es un grillon, réplique Emma sceptique.

– Maintenant oui, c’est vrai, je suis un grillon, admet Dédale. Mais autrefois j’ai été un grand architecte et un grand inventeur.

– Vraiment ? Mais qu’est-ce qui t’est arrivé ensuite ? demande la fillette intriguée.

– Et ensuite... ensuite, je me suis fourré dans un sale pétrin, réplique le grillon, morose. J’ai mis en colère la déesse Athéna. Et voilà... je suis ici,

prisonnier d'un labyrinthe. Contraint à sauter là-dedans pour toujours.

– Mais c'est terrible ! réagit spontanément Emma. Je suis vraiment désolée ! »

Puis, après quelques instants de silence, elle ajoute avec inquiétude :

« Cela signifie qu'il n'y a pas moyen de sortir d'ici ?

– Bien sûr qu'il y a un moyen pour sortir, lui répond en soupirant le grillon. C'est seulement que moi, je ne peux pas ; Athéna me l'a interdit. Même si je sortais, elle me réexpédierait à l'intérieur. Elle l'a déjà fait dans le passé... plus d'une fois !

– Je comprends..., acquiesce la fillette. Mais qu'as-tu fait de si grave ?

– J'ai été orgueilleux, explique-t-il. J'ai soutenu que j'étais la créature la plus intelligente qui ait jamais existé au monde. Et ça n'a pas plu du tout à Athéna. Tu sais, les dieux n'aiment pas quand les humains se comparent à eux...

– Mais c'est terrible ! s'exclame Emma. Tu as vraiment été puni pour si peu ?

Puis, réfléchissant, elle ajoute :

– Un instant... Tu es en train de me dire que les

dieux de l'Olympe existent vraiment ?

– Chut !!! Qu'est-ce qui te prend de poser ce genre de question ?!? réplique Dédale préoccupé. Tu veux qu'ils te punissent toi aussi ? »

La petite fille fait un signe négatif de la tête, comme pour effacer les paroles qu'elle vient de prononcer.

« Ne t'en fais pas. De toute façon, on n'est pas si mal là-dedans », réplique le grillon. Puis il ajoute avec un brin de satisfaction : « Il n'y a ni chats, ni lézards ! »

– Si tu le dis... », murmure Emma.

Mais elle ne paraît pas très convaincue. Elle a hâte de sortir de cet endroit étrange.

Montrant l'embranchement devant elle, la fillette demande : « Dédale, saurais-tu m'indiquer la bonne route pour sortir d'ici ?

– Oui, bien entendu, confirme le grillon avec un air de « monsieur je-sais-tout ».

– Bien ! Où dois-je donc aller maintenant ? demande la petite fille, en indiquant de nouveau l'embranchement. À droite ou à gauche ? »

Dédale sourit avec malice.

« Je vais te confier un secret, lui dit-il à voix basse, comme si quelqu'un d'autre qu'Emma pouvait l'entendre. Il y a une stratégie pour sortir de n'importe quel labyrinthe, qui, comme celui-ci, n'a pas d'îlots. »

La fillette écarquille les yeux, stupéfaite.

Quelle est, d'après vous, la stratégie à mettre en œuvre pour sortir du labyrinthe ?

Le grillon toussote, comme pour s'éclaircir la gorge.

« Tu dois toujours garder la main sur le mur situé à ta gauche. Et, tôt ou tard, tu sortiras.

– Tu es sûr ? répond la petite fille, sceptique.

– Garanti à 100% ! réplique Dédale avec assurance. Garde toujours le contact avec le mur de gauche, sans jamais changer. Tu es prête ? »

La fillette acquiesce, pleine d'espoir et, effleurant des doigts le mur de gauche, commence à marcher avec le grillon perché sur son épaule. Après avoir beaucoup marché, Emma et Dédale arrivent à une interruption du mur. La fillette s'arrête, indécise.

« Maintenant, tu dois prendre le tournant sur la

gauche et continuer à suivre le mur de gauche, lui indique le grillon. En avant ! »

La petite fille reprend avec entrain sa marche. Puis, après quelques instants, elle s'arrête brusquement : le couloir qu'ils viennent d'emprunter est sans issue !

« Et maintenant ? », demande Emma inquiète.

Mais Dédale, toujours perché sur son épaule, ne se laisse pas démonter.

« Au bout de ce tronçon, le mur de gauche tourne vers un petit mur qui ferme le couloir : tu dois continuer à marcher et longer celui-ci, explique-t-il calmement. Puis, comme tu le vois, le petit mur tourne sur l'autre mur du couloir : tu dois continuer à le suivre, en le maintenant sur ta gauche. Tu retourneras en effet sur tes pas, mais du côté opposé à celui duquel tu es venue. »

Emma acquiesce, et, suivant à la lettre les indications du grillon, sort de l'impasse.

« Bien, maintenant tourne à gauche, poursuit Dédale. De cette manière, tu vas emprunter une route complètement nouvelle. C'est toute la beauté de notre stratégie ! ajoute-t-il avec une note d'enthousiasme dans la voix. Elle nous permet de traverser en toute sécurité des zones du labyrinthe

que nous n'avons pas encore explorées, et peu à peu, elle nous le fait parcourir entièrement. Et donc, elle nous permet aussi de trouver la sortie... Attends et tu verras ! »

Suivant les instructions de Dédale, la fillette avance d'embranchements en embranchements et de couloirs en couloirs, sans jamais éloigner sa main du mur de gauche.

C'est ainsi qu'après avoir exploré longuement le labyrinthe, Emma et Dédale aperçoivent finalement la lumière de la porte de sortie. La petite fille ignore combien de temps elle a marché, elle sait seulement qu'elle est fatiguée et qu'elle a hâte de retourner à la maison, auprès de ses parents.

« On y est ! Youpi ! s'exclame Emma commençant à courir à perdre haleine en direction de la sortie.

– Eh ! Doucement ! Tu vas me faire tomber ! », proteste le grillon.

Mais sa voix se fait soudain plus distante, comme un écho lointain.

« Dédale ? Tu es là ? Où es-tu parti ? », demande la fillette se touchant l'épaule de la main.

Mais, en fait de grillon, c'est le froissement d'un drap qu'elle entend.

Ouvrant les yeux, Emma s'aperçoit qu'elle est dans l'obscurité de sa chambre. Le livre sur les mythes grecs qu'elle était en train de lire juste avant de s'endormir est encore ouvert sur l'image du labyrinthe, avec ses deux statues, ses hauts murs et ses torches.

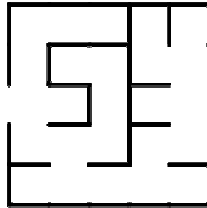
« Je n'y crois pas ! C'était un rêve ! », murmure la petite fille, juste avant de fourrer sa tête sous les couvertures et de s'endormir à nouveau.

Pour en savoir plus

Dans ce récit, nous avons exposé le problème du labyrinthe. Pour simplifier, nous avons pris en considération un labyrinthe classique. Nous ne savons pas exactement comment est conçu le labyrinthe dans lequel Emma se retrouve prisonnière, mais nous avons une information importante : il n'y a pas d'îlots. Cela signifie donc que l'on ne peut retourner à un endroit qu'en revenant sur ses pas. En ce cas, la stratégie proposée par le grillon Dédale fonctionne vraiment : il suffit de suivre le mur de gauche.

Pour mettre en pratique cette stratégie, vous pouvez laisser votre main gauche sur le mur de gauche pendant que vous marchez. Et pour vérifier

que la stratégie marche vraiment, vous pouvez dessiner le plan d'un labyrinthe sur un morceau de papier et suivre le mur de gauche avec un crayon...



Notez que suivre le mur de droite fonctionnerait tout aussi bien mais il faut se décider une fois pour toutes : ou bien l'on suit toujours le mur de gauche, ou l'on suit toujours le mur de droite. Par ailleurs, si l'entrée et la sortie du labyrinthe se situent toutes deux sur le périmètre externe du labyrinthe (ce qui arrive souvent), notre stratégie fonctionne aussi dans le cas où il y a des îlots.

Les domaines des mathématiques qui nous permettent d'élaborer une stratégie pertinente pour sortir des labyrinthes sont la **topologie** et la **théorie des graphes**.

La **topologie** est une version plus abstraite de la géométrie : elle cherche à distinguer les formes à travers certaines de leurs propriétés essentielles.

Par exemple, prenez un dé classique en forme de cube et faites ce calcul : comptez le nombre de faces, ajoutez le nombre de sommets (les « pointes » du dé, là où trois faces se rencontrent) et enlevez le nombre d'arêtes (les « bords » du dé, là où deux faces se rencontrent). Si vous avez bien compté, le résultat est 2 (6 faces + 8 sommets – 12 arêtes). Faites de même avec une pyramide qui a un carré pour base : le résultat est encore 2 (5 faces + 5 sommets – 8 arêtes).

Si vous prenez un objet, même très complexe, et que vous imaginez que sa surface est composée de triangles, de carrés ou d'autres figures géométriques (comme les panneaux blancs et noirs des vieux ballons de foot), la topologie vous garantit que le résultat du calcul que nous avons fait plus haut sera toujours 2, à condition que l'objet n'ait pas de trous qui le traversent de part en part.

S'il s'agit d'objets traversés par un unique trou, comme un donut ou une tasse avec trou pour l'anse, le résultat sera toujours 0.

*La **théorie des graphes**, quant à elle, s'intéresse à l'étude des graphes, objets abstraits formés par des « nœuds » connectés entre eux par des « liens ». C'est un peu comme un réseau ferroviaire, dans lequel les gares sont les « nœuds » et les voies*

ferrées sont les « liens ». Ou bien comme un réseau routier où les carrefours sont les « nœuds » et les routes sont les « liens ».

Bien qu'elle semble très abstraite, la théorie des graphes a des applications très pratiques : elle permet par exemple aux GPS de déterminer le meilleur trajet pour arriver à destination et elle sert à diriger de manière efficace le trafic de données sur le réseau Internet.

Les graphes permettent aussi de schématiser des concepts bien différents des routes et des chemins de fer, comme les phases d'un processus ou les coups possibles d'une partie d'échecs... Au fond, quand on y pense, chaque choix est un peu comme un embranchement où il faut choisir quelle route prendre.

Comme vous le voyez, les mathématiques nous aident à résoudre beaucoup de problèmes pratiques. Et ils nous permettent même de sortir des labyrinthes !



LE LUTIN MENTEUR

Voici deux lutins à qui il faut demander une information, mais un seul répondra de manière sincère. L'autre mentira. Malheureusement, nous ne pouvons pas savoir qui est le menteur et nous ne pouvons poser qu'une seule question à un des deux lutins. Comment pouvons-nous la formuler de manière à obtenir une réponse qui soit utile ?

« On y est ! annonce Corinne, posant la main sur la poignée d'une grande porte.

– Ouvre-la ! », l’encourage Casper plein de confiance.

Les deux amis sont enfin parvenus à la dernière étape de l’examen final de leur apprentissage. Derrière cette porte, selon toute vraisemblance, se trouve le coffre qui contient leurs diplômes.

Corinne pousse la poignée, toute frémissante d’excitation. La pièce qui s’ouvre sous leurs yeux, petite et poussiéreuse, ressemble à une espèce de débarras oublié. Elle se trouve dans la pénombre mais, en dépit du désordre et de la semi-obscurité, Casper et Corinne parviennent à deviner le gros coffre en ébène qu’ils sont en train de chercher.

« On y est ! Youpi ! », se réjouissent-ils à l’unisson.

Pour atteindre cette pièce, ils ont dû résoudre des casse-têtes et des énigmes et surmonter différents tests de compétences, passant d’un indice à l’autre, au cours d’une longue et épuisante chasse au trésor. Mais maintenant, ils sont là, presque arrivés au but. Il suffit de s’approcher et d’ouvrir le coffre. Avec beaucoup de précaution il est vrai, car le Grand Maître pourrait bien avoir laissé quelques pièges dans le coin...

« Zut ! C’est fermé à clé ! s’exclame Casper déçu,

après avoir tenté en vain de l'ouvrir.

– Et où est la clé ? se demande Corinne perplexe. Tous les indices menaient à cette pièce...

– Cela signifie que la clé aussi est ici, quelque part ! conclut Casper en regardant autour de lui.

Les deux adolescents commencent à fouiller dans tous les coins du débarras, entre les piles de livres, les tapis enroulés et les vieux outils.

Tandis qu'ils s'agitent en déplaçant les objets et en explorant la pièce, ils soulèvent un nuage de poussière.

« Je parie que personne n'a jamais fait le ménage là-dedans ... », se plaint Casper en toussant.

Corinne acquiesce, le visage sombre. « J'ai l'impression de chercher une aiguille dans une botte de foin..., proteste-t-elle à son tour.

– Qu'en dis-tu ? On leur explique ? » Une voix stridente et amusée, au-dessus de leurs têtes, attire leur attention.

Saisis de surprise, Casper et Corinne lèvent les yeux.

« Tiens ! Ils nous ont remarqués ! commente une deuxième voix. Regarde-moi ces airs niais ! Ils n'ont pas l'air bien malin, à vrai dire... Sommes-nous

bien certains qu'ils ont vraiment réussi à arriver jusqu'ici sans tricher ? »

En haut, près du plafond, il y a deux étranges petites créatures : visages ronds, oreilles pointues et bonnets rouges. Ainsi que de petites ailes qui les font flotter dans les airs.

« Et vous, qui êtes-vous ? demande Corinne suspicieuse. Que faites-vous là-haut ?

– Nous sommes votre dernière épreuve ! annonce un des lutins avec un sourire malin, en voletant un peu plus bas et en fixant des yeux le visage troublé de la jeune fille.

– La dernière épreuve ?? balbutie Casper. Je pensais que les épreuves étaient terminées...

– Et tu te trompais..., se moque l'autre lutin, descendant à son tour du plafond.

– Et en quoi consiste cette dernière épreuve ? demandent les deux amis désolés.

– La voilà ! », s'exclament les lutins d'une seule voix, en sortant de leurs poches deux clés presque identiques, l'une en or et l'autre en argent.

Puis, un des lutins laisse tomber entre les mains de Casper un parchemin enroulé, scellé avec de la cire à cacheter. Le garçon le déroule soigneusement, sous le regard attentif et curieux de son amie.

« C'est un message du Grand Maître ! », s'exclame-t-il avant de commencer à lire à voix haute.

« Chers élèves,

Si vous avez trouvé ce parchemin, cela signifie que vous avez surmonté avec succès toutes les épreuves de votre examen final. Bien joué ! Désormais, un ultime effort vous sépare encore de votre diplôme.

Les lutins que vous avez devant vous, les frères Magnus et Mangus, possèdent deux clés, une en or et une en argent et ils vous remettront celle que vous leur indiquerez. Faites attention cependant : une seule ouvre le coffre qui contient vos diplômes ! Pour savoir laquelle, vous disposez d'une unique question que vous pourrez poser à l'un des deux lutins seulement. L'autre ne pourra ni commenter, ni corriger la réponse.

Prenez garde : j'ai donné comme indication à l'un des deux lutins de répondre avec sincérité à votre question et à l'autre, au contraire, de mentir. Mais vous ne pouvez pas savoir par avance lequel répondra de manière franche et qui mentira.

Réfléchissez bien... et bonne chance !

Le Grand Maître »

En soupirant, Casper et Corinne se lancent un regard découragé.

« Récapitulons..., murmure la jeune fille après quelques instants. Nous n'avons droit qu'à une question et nous ne pouvons la poser qu'à un seul des deux lutins. Si nous savions lequel dit la vérité, nous pourrions lui demander "*Quelle clé ouvre le coffre ?*" et ce serait simple ! Mais nous ne pouvons pas savoir lequel des deux lutins est sincère. Et si nous posons la même question au lutin menteur, il ne nous dira pas la vérité et nous indiquera la mauvaise clé.

– Et si le lutin menteur était... Je n'en sais rien... et s'il y avait un moyen de le reconnaître ? tente le garçon en fixant des yeux les deux drôles de créatures voletantes dans les airs.

– Tu crois !? » Corinne fixe son regard noir d'abord sur les visages joufflus de Magnus et Mangus puis sur leurs petits corps ailés et un peu grassouillets.

Les lutins restent en silence, mais pour la première fois depuis qu'ils se sont présentés, ils sont clairement préoccupés et un peu sur le qui-vive : ces deux adolescents ne vont quand même pas les attraper pour les étudier ?

« Ils me paraissent absolument identiques... Ce doivent être des lutins jumeaux ! », grommelle Corinne après les avoir observés soigneusement pendant un bon moment.

– Oui, ils sont pareils ..., convient Casper avec un soupir. De toute façon, je faisais seulement une hypothèse... Nous sommes revenus à la case départ !

– Hélas... »

Désolés, les deux amis s'assoient sur le sol poussiéreux de la salle.

« Alors, vous renoncez ? », suggère Magnus avec malice.

Corinne lève la tête et le regarde avec agacement.

« On ne se rend pas ! s'exclame-t-elle avec contrariété. On a seulement besoin de temps pour réfléchir !

– Ohhhh... ils ont besoin de temps pour réfléchir..., se moque Mangus amusé en se mettant à voleter dans la pièce.

– Oui, nous avons besoin de temps et de silence ! répète Casper, en lui jetant un regard chargé de reproches.

– Sois gentil, Mangus ! intervient alors Magnus. Nous ne devons pas les aider, mais nous ne devons pas non plus les gêner ! »

Corinne et Casper acquiescent et, ignorant les deux frères, commencent à se parler à voix basse.

« Un des deux mentira en répondant à notre question, mais nous ne savons pas qui..., réfléchit la jeune fille.

– Donc, la question doit en tenir compte..., poursuit le garçon. Ce ne peut pas être “ *Quelle clé ouvre le coffre ?* ”, ni le contraire, à savoir “ *Quelle clé n’ouvre pas le coffre ?* ”.

– Exact. Les questions de ce genre ne conviennent pas, acquiesce Corinne en cherchant à se concentrer.

– Donc si nous posons une question au lutin sincère, il nous dira toujours la vérité, continue Corinne après une courte pause. Par exemple, si nous lui demandions ce que répondrait son frère à notre question, il serait forcé, par franchise, de répéter le mensonge de son frère...

– Exactement, acquiesce Casper. Mais alors... Cela signifie que nous pouvons formuler notre question de manière que les deux lutins donnent la mauvaise réponse ! Donc, quelle que soit la réponse, nous devons comprendre l’inverse... N’est-ce pas ?

– Tu as raison ! » Le visage de Corinne s'illumine.

Casper sourit aussi. La solution semble bien plus proche qu'il ne l'imaginait... Mais une pensée soudaine douche son optimisme.

« Attends un peu ! s'exclame-t-il avec agitation. Tu dis que si nous demandons au lutin sincère ce que répondrait son frère à une question, il nous donnera une réponse fausse. Mais si, au lieu d'interroger le lutin sincère, nous étions en train d'interroger le menteur ? Je veux dire... Nous n'avons aucun moyen de savoir qui est qui !

– Si nous interrogeons le menteur... » Corinne hésite un instant. « Si nous interrogeons le menteur, nous savons que, quelle que soit notre question, il nous donnera toujours une réponse fausse...

– Oui, oui, c'est vrai ! Le lutin menteur ne dira jamais la vérité, confirme Casper. Si nous lui demandons ce que répondra son frère à notre question, il nous répondra toujours par un mensonge...

– Donc, que ce soit le lutin sincère ou le menteur, ils donneront tous les deux la mauvaise réponse ! »

Comment doit être formulée la question afin que les deux lutins donnent la mauvaise réponse ?

Les lutins continuent à voleter au plafond, un peu ennuyés, tandis que Casper et Corinne se sentent soudainement pleins d'enthousiasme et d'énergie à l'idée que la solution est désormais à portée de main.

« Donc, la question que nous devons poser à un des lutins est “ *Que dirait ton frère si nous lui demandions quelle est la bonne clé ?* ”, observe la jeune fille.

– Et alors, leur réponse sera la même et sera... fausse ! continue le garçon.

Corinne acquiesce. Puis, pour être bien certaine d'avoir trouvé la solution du problème, elle essaye de trouver un exemple concret :

« Alors, imaginons que la bonne clé est celle en or. Si nous demandons au lutin menteur “ *Que dirait ton frère si nous lui demandions quelle est la bonne clé ?* ”, que nous répondra-t-il ? Le lutin menteur, poursuit la jeune fille, sait parfaitement que son frère répondra que la bonne clé est celle en or. Mais, comme c'est un menteur, il nous mentira et nous répondra quelque chose du genre “ *Mon frère dirait*

que la bonne clé est celle en argent ». À l'inverse, si nous posons la même question au lutin sincère, en lui demandant ce que dirait son frère, lui, sachant que son frère est un menteur, nous répondra la même chose avec sincérité : “ *Mon frère dirait que la bonne clé est celle en argent* ”.

– Et le résultat est que tous les deux nous indiqueront la mauvaise clé ! s'exclame Casper.

– Donc, quoi que nous répondent les deux lutins, nous devons comprendre le contraire, conclut Corinne.

– Youpi ! On a réussi ! », se réjouissent en chœur les deux amis, se levant d'un coup du sol et commençant à sauter partout dans la pièce, sous le regard amusé des deux lutins.

Après de nombreuses réflexions et considérations, Casper et Corinne peuvent identifier la bonne clé et mettre la main sur les précieux parchemins tant désirés. Ils sont finalement devenus Jeunes Maîtres en Sciences Logiques !

Toutefois, malgré le succès obtenu, ils n'ont pas encore découvert lequel des deux lutins est le menteur.

Casper est prêt à parier que c'est Magnus, alors que Corinne est convaincue que c'est Mangus...

Mais, hélas, ils n'ont aucun moyen d'en être certains : à moins qu'ils ne recommencent à enquêter...

Pour en savoir plus

*Au cours de cette histoire, nous avons exposé une **devinette logique** classique qui concerne le vrai et le faux. La devinette est fondée sur l'observation suivante : répéter exactement ce que dit un menteur nous fait dire une chose fausse ; de même, dire le contraire de ce que dit une personne sincère nous fait aussi dire une chose fausse.*

Si vous aimez ce genre d'énigmes, vous en trouverez vraiment beaucoup sur Internet, souvent avec leurs solutions. Par exemple, pour vous tester, vous pouvez chercher celles qui parlent d'une île habitée par des chevaliers et des fripons...

*La **logique** est la branche des mathématiques qui nous aide à comprendre comment construire des phrases pour obtenir une affirmation vraie ou fausse (une affirmation ne peut pas être vraie et fausse au même temps).*

Par exemple, nous pouvons nier avec les mots « ne... pas » : nier une affirmation vraie produit un

mensonge, alors que nier une affirmation fausse conduit à une affirmation correcte.

*Si je dis : « Dans cette histoire, il n’y a **pas** de lutins », je mens, alors que si je dis : « Dans cette histoire, il n’y a **pas** de fées », je dis la vérité. Si je mets ensemble deux affirmations vraies en les unissant avec la conjonction « **et** », je dis la vérité : par exemple, « Il y a des lutins **et** des clés ». Si je fais de même avec deux affirmations fausses, je dis un mensonge : « Par exemple, il y a des fées **et** des éléphants ». Toutefois, si j’affirme une chose vraie et une autre fausse, par exemple « Dans cette histoire, il y a des lutins **et** des fées », je suis, pour finir, en train de mentir.*

*Si je laisse le choix entre deux choses vraies en utilisant la conjonction « **ou** », je fais une affirmation qui est vraie : par exemple, « Il y a des lutins **ou** des clés ». Si je laisse le choix entre deux choses fausses, je fais une affirmation fausse : par exemple, « Il y a des fées **ou** des éléphants ». Si je laisse le choix entre une chose vraie et une chose fausse, je fais une affirmation vraie : par exemple, « Il y a des lutins **ou** des fées ».*

Parfois, quand je propose une alternative, je peux préciser que je n’accepte qu’une seule et unique possibilité parmi les deux que je propose : par

*exemple, je pourrais dire que « Dans cette histoire, il y a des lutins **ou** des clés, **mais pas les deux** ». Dans le cas présent, je serais alors en train de mentir...*

*La logique nous enseigne aussi à déduire une affirmation à partir d'une autre affirmation (à travers les implications, voire les **déductions logiques**). Par exemple, si j'affirme que j'aime tous les animaux, alors il est certain que j'aime les chiens... en effet ce n'est pas possible de ne pas aimer les chiens et en même temps, aimer tous les animaux. Et on pourrait développer encore bien d'autres exemples...*

Souvenez-vous : la logique est fondamentale pour toutes les sciences et toutes les situations dans lesquelles il faut savoir réfléchir. Elle est aussi la base du fonctionnement de n'importe quel ordinateur, tablette ou smartphone. Elle est vraiment partout !



LE MESSENGER CURIEUX

Imaginez que vous échangiez du courrier avec un ami ou une amie et que vous découvriez que le messenger chargé de le transmettre le lit... Que feriez-vous pour l'en empêcher ?

C'est jour de fête au château de Bach. Le prince Edmond et la princesse Cunégonde célèbrent leurs fiançailles en compagnie de leurs parents bien-aimés, les souverains de Bach et les souverains de Boch, de leurs amis et de leurs familles. Gentilhommes et nobles dames sont venus des

quatre coins des deux royaumes pour fêter le jeune couple.

Les royaumes de Bach et de Boch sont voisins l'un de l'autre et ont toujours vécu dans la paix et la concorde. C'est pourquoi la nouvelle des fiançailles du prince Edmond de Bach et de la princesse Cunégonde de Boch a été accueilli avec beaucoup de joie par tout le monde.

Entre une danse et l'autre, dans le tourbillon des festivités, le jeune couple de fiancés parvient enfin à trouver un moment de tranquillité dans le luxuriant jardin du château.

« Oh, je suis si fatiguée ! s'exclame en souriant la princesse qui a mal aux pieds à force de danser.

– Moi aussi ! lui répond en écho le prince. Je ne suis pas habitué à toutes ces pirouettes ! »

Les deux jeunes gens rient, assis sur un banc en pierre.

« Je voulais te demander quelque chose..., commence soudain Edmond avec hésitation.

– Quoi donc ? »

Cunégonde le regarde de ses grands yeux noisette.

« Les dernières lettres que tu m'as écrites..., continue le prince. Eh bien, le cachet de cire avec ton sceau... semblait trafiqué.

– Comme si quelqu’un les avait ouvertes et aurait ensuite cherché à les refermer ? suggère la princesse, le visage grave.

– Oui, exactement...

– Cela m’est aussi arrivé..., avoue la princesse avec un soupir. La dernière fois que j’ai reçu une de tes lettres, il manquait même un petit morceau de cire...

– Quelqu’un a donc ouvert nos lettres ? suppose Edmond, plus stupéfait que furieux.

– Oui... et plus d’une fois, admet la princesse, en opinant du chef.

– Mais qui donc pourrait avoir intérêt à lire nos messages ? se demande Edmond pensif. Ce ne sont pas des secrets d’État... »

Un sourire se dessine sur le visage de Cunégonde.

« Je crois bien savoir qui c’est ... », murmure-t-elle.

Le prince Edmond la regarde avec curiosité, impatient d’entendre ses révélations.

« Dans la dernière lettre que j’ai reçue, explique la princesse en rivant ses grands yeux sombres dans le regard vert de son compagnon, il ne manquait pas seulement un petit morceau du cachet : il y avait aussi des empreintes sur le papier... des empreintes toutes collantes de miel... »

Le prince Edmond écarquille les yeux de stupeur.
« Béranger !?! », s'exclame-t-il incrédule.

La princesse acquiesce.

« Mais pourquoi donc devrait-il... », murmure Edmond dubitatif.

Son messager royal de confiance, accusé de trafiquer et de lire ses lettres ?

« Parce que c'est un gros curieux... voilà pourquoi ! répond la princesse. Peut-être qu'il s'ennuie à faire sans cesse des allers-retours entre le château de Bach et le château de Boch. La lecture de nos lettres est sans doute pour lui... une distraction !

– Oui, mais l'ennui n'est pas une excuse acceptable. Ce qu'il fait n'est pas bien !

– Je suis d'accord avec toi, admet la princesse, l'air grave. C'est pourquoi, en dépit de sa gentillesse et de son bon cœur, Béranger mérite une petite leçon...

– Qu'as-tu l'intention de faire ? demande Edmond avec curiosité.

– Cette fois, en plus de notre coffret habituel, nous utiliserons également nos cadenas ! », répond Cunégonde souriant avec malice.

Le prince lui lance un regard interrogateur.

« Nos cadenas !?! répète-t-il avec perplexité.

– Exactement : nos cadenas personnels. J’ai un plan ! », annonce Cunégonde d’un ton ferme.

Approchant son visage de celui du prince, elle commence à lui parler rapidement à l’oreille. De temps en temps, Edmond répond quelque chose, toujours à voix basse. Ils poursuivent leur conciliabule pendant quelques minutes, jusqu’à ce que le prince s’exclame : « Parfait ! Nous allons faire exactement comme ça ! »

Et, prenant la main de sa fiancée dans la sienne, il se dirige en souriant vers la salle de bal du château.

Cunégonde et Edmond veulent empêcher le messager curieux de lire leurs lettres. Chacun d’eux possède un cadenas personnel et dispose aussi de l’unique clé qui permet de l’ouvrir : d’après vous, quel est leur plan ?

Deux jours après la fête des fiançailles, le messager Béranger est appelé de bon matin par le prince Edmond, dans la Salle Bleue du château de Bach.

« Béranger, j’ai une mission à te confier », dit le prince en souriant, tandis que le messager grassouillet entre dans la salle et lui fait la révérence.

Lui présentant un petit coffret d'or, Edmond poursuit :

« Je t'ordonne de porter ce coffret à la princesse Cunégonde, au château de Boch. Séance tenante ! »

Béranger observe avec perplexité la boîte, si petite qu'elle pourrait tenir entièrement dans la paume d'une main. C'est bien l'écrin habituel et le messenger est certain que, comme d'habitude, il contient une lettre pour la princesse.

Mais pour la première fois, un des deux anneaux de la serrure est fermé par un cadenas sur lequel est gravé l'écusson de la maison royale de Bach... Qui sait pourquoi...

« Bien ! Maintenant, vas-y ! », lui ordonne le prince.

Le messenger acquiesce, s'incline et sort en toute hâte de la salle. Edmond le regarde s'éloigner et un sourire malicieux se dessine sur son visage.

Entre temps, Béranger s'apprête à quitter rapidement le château. Avant de ranger le coffret dans son grand sac de voyage, il lui jette encore un coup d'œil : bien que le cadenas ne soit accroché qu'à un seul des deux anneaux, la boîte est hermétiquement fermée.

Soupirant de déception, le messenger s'achemine d'un bon pas vers le château de Boch.

Il connaît bien cette route, étant donné que depuis des mois désormais, il la parcourt plusieurs fois par semaine. Malgré la désagréable bruine d'automne, il parvient en moins de deux heures devant les hautes murailles de pierre.

« Un message du prince Edmond pour la princesse Cunégonde ! », crie-t-il à l'adresse du gardien du pont levis.

Le pont est abaissé et Béranger est reçu à l'intérieur des murs du château. Cette fois cependant, contrairement à d'habitude, on ne demande pas au messager de remettre le coffret à une servante et d'attendre les ordres dans la cour. Non, cette fois, il est escorté jusqu'à la princesse Cunégonde, dans l'élégante Salle Pourpre du château de Boch.

« Une lettre du prince Edmond », annonce Béranger d'un ton solennel, tandis qu'il s'incline en cherchant à cacher son embarras.

Il sort ensuite de son sac le petit coffret d'or et le remet à la princesse.

« Bonjour Béranger, merci ! », le salue en souriant Cunégonde, se saisissant de la petite boîte.

La princesse l'observe attentivement : sur le cadenas d'or brille l'aigle de la maison royale de Bach. Mais, au lieu d'ouvrir l'écrin et de confier à

son tour une lettre au messager en le congédiant, elle se dirige vers son coffre à bijoux. Elle sort d'un des petits tiroirs un cadenas en or, aux armes de la maison royale de Boch, et le place sur le deuxième anneau du coffret. Puis, elle rend la petite boîte à Béranger.

« Bien, maintenant, porte-le au prince Edmond, au château de Bach », lui ordonne-t-elle d'un ton aimable mais ferme.

Béranger regarde le coffret, sans savoir que penser. Le rapporter au prince Edmond ? Pourquoi donc ? La princesse ne l'a même pas ouvert ... Qui plus est, avec deux cadenas ? Qu'est-ce que cela peut bien signifier ?

Pendant quelques instants, le messager demeure immobile et perdu dans la salle, les yeux rivés sur le coffret que la princesse vient de lui remettre, bouche bée.

« Béranger ! l'interpelle gentiment la princesse. Quelque chose ne va pas ? »

Le messager sursaute. Puis, balbutiant des paroles incompréhensibles, il s'incline rapidement et sort de la pièce, le petit coffret dans les mains. Avant de le ranger dans le sac de voyage, il observe attentivement l'écrin. D'un côté se trouve le cadenas du prince, avec l'écusson de la maison royale de

Bach et de l'autre, il y a le cadenas de la princesse, aux armes de la maison royale de Boch. Et pourtant, un seul cadenas suffirait pour fermer l'écrin hermétiquement...

En plus, Dieu sait pourquoi, il doit maintenant rapporter le tout au prince Edmond... Avec un haussement d'épaule affligé, Béranger se met en marche d'un bon pas en direction du château de Bach.

Pendant deux heures, le messager marche sous la pluie en se demandant ce qui se passe et pour quelle raison. C'est maintenant l'heure de déjeuner et son estomac gargouille fortement. Ce matin, dans sa hâte, il a oublié de glisser dans son sac de voyage son casse-croûte favori : du pain et du miel...

Il a hâte d'arriver à Bach pour remettre le coffret au prince Edmond et se rendre ensuite à la cuisine pour goûter un délicieux plat préparé par la cuisinière du château...

Absorbé par ces appétissantes pensées, Béranger parvient au château de Bach. En quelques minutes, il est admis dans la Salle Bleue, devant le prince Edmond.

« Déjà de retour ? », l'accueille le prince avec un sourire.

Le messager s'incline, acquiesce et lui remet le coffret.

« Merci ! s'exclame le prince en saisissant l'écrin et en le regardant avec satisfaction.

– Si vous n'avez plus besoin de moi, je vais y aller..., annonce Béranger en s'inclinant.

– Attends ! l'arrête Edmond. J'ai encore une mission pour toi. »

Sortant de sa poche une petite clé en or, le prince ouvre le cadenas aux armes de la maison royale de Bach et l'enlève du coffret. Puis il tend de nouveau le petit écrin à Béranger.

Le messager a observé la scène avec des yeux écarquillés. Il n'arrive pas à y croire. Son estomac gargouille bruyamment, lui rappelant que c'est l'heure du déjeuner et qu'il n'a pas mangé depuis des heures.

« Que se passe-t-il Béranger ? demande Edmond d'un air innocent. Quelque chose ne va pas ? »

Le messager hoche machinalement la tête, et bredouillant quelque chose, s'incline et s'échappe à toute vitesse de la salle.

Mille pensées se bousculent dans son esprit. Cette affaire est devenue un vrai casse-tête !

Edmond lui a d'abord donné un écrin fermé avec un cadenas à porter à Cunégonde. Puis, Cunégonde,

au lieu d'ouvrir le coffret, a ajouté un deuxième cadenas à la serrure et lui a demandé de porter l'écrin à Edmond. Et maintenant, Edmond a enlevé son cadenas et lui a ordonné de porter de nouveau l'écrin à Cunégonde... Pourquoi ?

Béranger est déboussolé et son estomac gargouille de plus bel.

De nouveau, le coffret dans le sac, le messager commence les deux heures de route vers le château de Boch. La désagréable bruine d'automne l'accompagne toujours.

Tandis qu'il marche à travers les bois et les collines, toujours plus affamé et fatigué, Béranger repense à toutes les fois où, pour tuer le temps, il a jeté un coup œil aux lettres du prince et de la princesse. C'étaient des lectures si romantiques ! Elles lui mettaient vraiment le cœur en joie ! Mais maintenant, il fait des allers-retours pour transporter un coffret fermé soit par un, soit par deux cadenas...

Soudain, une idée lui traverse l'esprit, faisant apparaître sous un nouvel angle cette étrange journée d'aller-retours entre Bach et Boch. Et si le prince et la princesse avaient compris qu'il lisait leur correspondance et qu'ils étaient en train de le punir, le faisant courir d'un point à un autre sous la pluie et l'empêchant de déjeuner ?

Après deux interminables heures de marche, épuisé, trempé et affamé, Béranger arrive enfin au château de Boch. Il est de nouveau escorté jusqu'à la princesse Cunégonde, dans la belle Salle Pourpre.

« Te voilà de nouveau ! », l'accueille-t-elle avec un sourire.

Le messager fait la révérence, puis dépité et honteux, lui tend le coffret. La princesse Cunégonde s'en saisit, satisfaite. Sortant une clé de son coffre à bijoux, elle enlève le cadenas frappé aux armes de la maison royale de Boch et ouvre le petit écrin d'or. À l'intérieur, se trouve une lettre fermée par un sceau de cire.

« Regarde ce que nous avons dû faire, aujourd'hui, pour t'empêcher de lire nos lettres ! s'exclame la princesse sur un ton de reproche. J'espère que tu as compris la leçon et que tu ne nous obligeras plus jamais à recourir à des méthodes aussi compliquées ! »

Le messager se jette à ses pieds. Il semble sincèrement désolé.

« Je vous prie de bien vouloir m'excuser, princesse, cela n'arrivera plus jamais. Je vous le promets ! », dit-il d'un ton suppliant, alors que son estomac gargouille bruyamment.

La princesse acquiesce, compatissante.

« Je te crois, Béranger. Et maintenant, avant de partir, va donc à la cuisine manger quelque chose ! », l'invite-t-elle avec gentillesse.

Ainsi, tandis que Béranger est escorté jusqu'à la cuisine du château, Cunégonde peut enfin s'asseoir sur son sofa et lire en toute tranquillité la lettre de son fiancé.

Pour en savoir plus

Comment empêcher quelqu'un de fouiner dans la correspondance des autres ?

*Le prince et la princesse auraient pu essayer de rendre leurs messages incompréhensibles à Béranger en utilisant un **langage chiffré**, par exemple en utilisant les lettres de l'alphabet d'une manière différente de d'habitude. Au lieu d'écrire « SALUT », ils auraient pu écrire « TBMVU », en remplaçant chaque lettre du mot par la lettre qui vient juste après. Mais ce stratagème est très basique et Béranger aurait pu le découvrir...*

*La **cryptographie** est la branche des mathématiques qui cherche à **chiffrer** les messages (c'est-à-dire à les rendre lisibles seulement aux personnes concernées) afin de sécuriser les communications.*

Ce récit décrit, de manière figurée, une méthode

de chiffrement. Mettre un cadenas personnel signifie crypter le message de manière qu'il ne soit compréhensible qu'à la personne qui possède la clé du cadenas.

Il est également possible de placer deux cadenas de manière indépendante, comme c'est le cas dans ce récit : c'est un peu comme si on protégeait un message avec deux mots de passe choisis de manière indépendante et secrète par deux personnes différentes. Le prince Edmond et la princesse Cunégonde possèdent chacun un cadenas personnel et disposent également de l'unique clé qui permet de l'ouvrir. Cela signifie donc que Cunégonde n'a pas la clé qui ouvre le cadenas d'Edmond et qu'Edmond n'a pas la clé qui ouvre le cadenas de Cunégonde : c'est pourquoi le plan qu'ils ont élaboré prévoit trois trajets afin de recevoir le message. « Ça fait beaucoup ! », direz-vous et vous aurez raison. Mais, en faisant ainsi, le prince et la princesse savent que l'envoi est sécurisé : leur message est toujours protégé par au moins un cadenas, ou, en d'autres termes, par au moins un mot de passe.

La situation aurait été évidemment bien plus simple avec un unique cadenas dont chacun, le prince et la princesse, auraient eu une clé, comme s'ils partageaient un mot de passe.

Cependant, si on voulait établir des communications sécurisées entre un grand nombre de personnes, il serait inconcevable de disposer d'un cadenas différent, mais avec des clés partagées, pour chaque personne avec qui l'on veut communiquer.

*Une méthode couramment utilisée pour échanger des messages s'appelle **cryptographie asymétrique** ou **cryptographie à clef publique** (un nom qui peut parfois nous embrouiller). Imaginons que nous devons chiffrer un message destiné à un de nos amis, que nous appellerons Bob. Si l'on applique la méthode de la clé publique et de la clé privée, c'est Bob lui-même qui dit publiquement à tous comment crypter les messages qui lui sont destinés. Mais, en même temps, Bob est l'unique personne capable de **déchiffrer** (c'est-à-dire lire et comprendre) les messages chiffrés de la façon qu'il a proposée. En d'autres termes, c'est comme si Bob avait mis à disposition de tous sa boîte aux lettres (publique), dans laquelle chacun peut déposer un courrier. Mais il n'y a que Bob qui possède la clé (privée) pour ouvrir sa boîte aux lettres.*

Même si cela n'apparaît pas de manière évidente dans le récit que vous venez de lire, la cryptographie repose sur les mathématiques.

De nos jours, un message à chiffrer est d'abord transcrit en une série de nombres. Ces nombres peuvent alors être manipulés avec des techniques mathématiques sophistiquées, qui garantissent, avec un degré de sécurité suffisant, que même un ordinateur (ou plusieurs ordinateurs qui travaillent ensemble) ne réussira pas à retrouver le message original.

Toutefois, il faut bien garder à l'esprit qu'aussi bien dans le cas des messages chiffrés que dans celui des mots de passe, la sécurité est toujours relative. Avec suffisamment de temps et/ou d'ordinateurs pour essayer toutes les combinaisons possibles, on réussit à trouver n'importe quel mot de passe.

Les mathématiques nous assurent néanmoins que, si un mot de passe est assez long et complexe, il faudrait utiliser tous les ordinateurs du monde pendant des millions d'années pour parvenir à le trouver en procédant par tâtonnements. En d'autres termes, un mot de passe de ce genre pourrait être considéré comme totalement sécurisé.

La cryptographie est désormais très répandue : presque toutes les communications par Internet l'utilisent. Quand vous visitez un site, envoyez un courriel, écrivez un message dans une messagerie

instantanée ou que vous faites un achat en ligne, les données que vous transmettez sont très probablement protégées par la cryptographie.



LE THÉ DANS LA BIBLIOTHÈQUE

Les rats bibliothécaires Nico et Nicole s'interrogent : est-il possible de mesurer un intervalle de temps de six minutes en ayant à disposition deux sabliers, l'un de cinq minutes, l'autre de quatre ?

Comme tous les jeudis, les rats bibliothécaires Nico et Nicole sont en plein ménage et rangement de la petite mais très riche bibliothèque dont ils s'occupent depuis des années. Ils aiment tous les deux beaucoup leur travail. Ils connaissent tous les livres rangés sur les étagères et les conservent avec

beaucoup de soin et d'attention. Chaque jeudi matin, sans exception, ils se consacrent avec zèle au ménage de toutes les pièces de la bibliothèque.

C'est aussi parce qu'ils savent qu'ils recevront cet après-midi la visite de Monsieur Taupe, un chercheur âgé, savant et érudit qu'ils veulent qu'elle soit astiquée et resplendissante. Celui-ci a écrit de très nombreux livres et c'est un ami de longue date des deux bibliothécaires.

En plus d'être savant et érudit, Monsieur Taupe est aussi incroyablement pointilleux ! Chaque jeudi après-midi, il frappe à la porte de la bibliothèque à cinq heures pile, salue amicalement ses amis bibliothécaires et reste avec eux exactement une heure. Pas une minute de plus.

Pendant ce laps de temps, il bavarde aimablement, raconte des anecdotes tirées de ses livres ou évoque les sujets de ses futures recherches. Et, tandis qu'il parle, il sirote avec délectation une tasse de son thé préféré : une rare infusion d'ortie, de mélisse, de calendula et de sureau. Les rats bibliothécaires sont les seuls habitants de la lande à en posséder une réserve bien fournie, étant donné que tous les ans, ils la reçoivent en cadeau d'une amie hirondelle de retour des Terres du Sud. Nico et Nicole soupçonnent ce thé aussi rare que délicieux

d'être la raison principale des visites hebdomadaires de Monsieur Taupe...

Mais revenons à aujourd'hui. C'est jeudi matin, Nico est en train de dépoussiérer soigneusement une série de sabliers de tailles variées qui trônent sur une étagère de la bibliothèque, bien en évidence. Il les a achetés il y a des années à un rat marchand et il en essuie avec soin les verres, afin qu'ils resplendissent comme du cristal.

Pendant ce temps, Nicole est en train de nettoyer un des grands tapis qui recouvrent tout le sol de la bibliothèque, atténuant les bruits et contribuant à créer une atmosphère feutrée, chaleureuse et accueillante. Soudain, alors que la bibliothécaire frappe la pièce de tissu à l'aide d'une tapette à tapis en bambou tressé, un nuage de poussière se soulève dans la pièce.

« La semaine dernière, nous avons sauté le nettoyage des tapis, et voilà le résultat ! Beaucoup plus de poussière et d'efforts..., commente Nicole en toussant et secouant légèrement sa tête pleine de sueur. On ne doit plus jamais le faire. »

Nico, non loin d'elle, ne répond pas. La poussière lui est montée dans les narines, provoquant un picotement désagréable. Ne parvenant plus à se

retenir, le rat bibliothécaire émet une interminable série de retentissants éternuements.

« Atchoum, atchoum, atchoum... », aussitôt suivis d'une autre interminable série d'assourdissants *sbong, bam, sbong, bam...*

Effrayée, Nicole regarde en direction de ce vacarme : tandis que Nico, perché sur l'étagère, continue d'éternuer, au moins trois de ses précieux sabliers se sont écrasés sur le plancher de la bibliothèque, répandant partout des éclats de verre et des tas de sable.

« Oh, quel dégât ! », s'exclame la rate, pensant immédiatement au mal qu'ils vont avoir à tout renettoyer.

« Oh non ! Nos sabliers ! », gémit Nico.

Il a finalement arrêté d'éternuer et, observant de là-haut le désastre, se désespère, les mains sur la tête et les yeux gonflés.

« Nos pauvres, nos si beaux, nos merveilleux sabliers... »

– C'est vraiment un beau gâchis », lui répond en écho Nicole, désolée.

– C'est pire qu'un gâchis, c'est une catastrophe ! Un vrai drame ! », ne cesse de se désespérer le rat, descendant du meuble et regardant autour de lui avec consternation.

« Par chance, deux sabliers sont saufs..., tente de le consoler Nicole. Lesquels ont résisté ?

– Celui de quatre minutes et celui de cinq minutes..., répond Nico regardant de ses yeux rougis les deux sabliers qui, intacts et brillants, trônent encore sur l'étagère. Nous avons perdu le sablier de dix minutes, celui de sept minutes et celui de six... Nos pauvres sabliers...

– Un instant..., murmure Nicole l'air préoccupé. Tu as dit... celui de six ?

– Oui, celui de dix, de sept et de six..., répète Nico inconsolable.

– Oh, non ! Comme allons-nous faire ce soir ? se demande la bibliothécaire inquiète.

– Comment ferons-nous quoi ? » Le bibliothécaire, désolé par la perte de ses sabliers, ne parvient pas à penser à autre chose.

– Comment ferons-nous avec Monsieur Taupe, explique Nicole avec patience. Tu sais que son thé préféré doit infuser six minutes précises... »

Nico devient soudain tout pâle. Nicole a raison : sans le sablier de six minutes, il sera impossible de compter le temps d'infusion du thé et Monsieur Taupe sera très déçu... Il ne reviendra plus jamais, c'est sûr !

« Je l'avais bien dit : c'est une catastrophe, c'est

un drame ! », murmure-t-il dévasté, tout en commençant à nettoyer avec nervosité les débris de verre et le sable du plancher.

Nicole l'aide, travaillant d'arrache-pied. Les deux rats bibliothécaires, inquiets et désolés, débarrassent peu à peu le sol de ce qui reste des sabliers brisés en mille morceaux. Quand ils ont terminé, la bibliothèque est aussi resplendissante que d'habitude. Leur moral, quant à lui, est au plus bas.

« Et si on essayait d'utiliser les sabliers qui restent ? », dit timidement Nicole.

Nico ne semble pas convaincu.

« Nous avons un sablier de quatre minutes et un autre de cinq minutes..., réplique-t-il. Comment faire pour calculer avec précision six minutes d'infusion ? »

Nicole baisse les yeux, découragée. Elle se retourne pour regarder les deux sabliers encore entiers, si brillants, si beaux.

« Nico, Nico, j'ai une idée ! s'exclame-t-elle soudain, tandis que son visage s'éclaire. Je viens d'avoir une idée pour utiliser les deux sabliers...

– Je t'ai déjà dit que c'est peine perdue... », grommelle Nico appuyé sur une table, la tête posée sur la patte.

Pensez-vous qu'il est possible de compter six minutes en utilisant les deux sabliers restants ?

« Non, au contraire ! Écoute ça ! le contredit Nicole, tout émue. Si nous faisons démarrer les deux sabliers en même temps...

– En même temps ? » Nico, intrigué, lève les yeux.

« Oui, en même temps, acquiesce Nicole d'un ton convaincu. Quand le sablier de quatre minutes sera écoulé, nous saurons qu'il ne manque plus qu'une minute avant que le sablier de cinq minutes ne se vide. Nous devons donc commencer à faire infuser le thé à ce moment précis.

– Et ensuite ? lui demande Nico, reprenant soudain confiance.

– Après une minute, le sablier de cinq minutes se sera écoulé lui aussi, continue Nicole. Alors, nous le retournerons immédiatement. Quand, après cinq minutes, il se sera épuisé de nouveau, six minutes se seront écoulées en tout et nous pourrons cesser de faire infuser le thé... Qu'en dis-tu ? Ça peut fonctionner ? »

Un sourire se dessine sur le visage de Nico. « Je dis que tu es un génie ! Un vrai génie ! s'exclame-t-il, la serrant spontanément dans ses pattes. De la

sorte, nous réussirons à compter six minutes précises, exactement comme le veut Monsieur Taupe !

– Nous ne le décevrons pas et nous ne serons pas ridicules..., se réjouit la bibliothécaire, visiblement soulagée. Et il ne cessera pas de venir nous voir...

– Nous sommes sauvés ! » convient Nico ravi. Puis, rougissant, il ajoute : « Heureusement que toi, au moins, tu es restée calme ! »

Nicole sourit. Puis elle regarde avec un brin de mélancolie l'étagère qui, sans les trois sabliers brisés, semble vide, dépouillée, triste.

« Je suis vraiment désolée pour les sabliers, murmure-t-elle.

– Oui, c'est vraiment dommage, lui répond Nico en écho. J'espère que le rat marchand reviendra bientôt nous voir, comme ça, nous pourrons lui en acheter des neufs. Et quand nous aurons les nouveaux sabliers, nous n'aurons plus besoin de recourir à ... des stratégies alternatives pour calculer le temps d'infusion du thé de Monsieur Taupe ! »

Pour en savoir plus

*Au cœur de ce récit, il y a un classique **problème de transvasement** dans lequel il est possible de prendre certaines mesures mais pas d'autres.*

L'idée de Nicole est qu'avec les sabliers disponibles, il est possible de mesurer non seulement les multiples de 4 et de 5 minutes ou les sommes de ceux-ci (en utilisant à plusieurs reprises les sabliers) mais aussi une seule minute, grâce à la différence des valeurs des deux sabliers, faisant démarrer le décompte à partir du moment où le petit sablier se vide et en l'arrêtant quand le grand sablier est vide à son tour.

La solution élaborée par Nicole n'est pas seulement applicable à la mesure du temps et, bien entendu, n'est pas limitée à l'utilisation d'un instrument tel que le sablier.

Par exemple, nous pourrions disposer de deux bouteilles d'une capacité de 4 et 5 litres et nous pourrions nous trouver dans une situation où il faudrait mesurer 6 litres, grâce à des transvasements.

Avec un procédé similaire à celui utilisé dans le récit, grâce à la différence entre les deux bouteilles, nous pouvons parvenir à mesurer un litre. Pour ce faire, il suffit de verser le contenu de la grande bouteille dans la petite bouteille : quand cette dernière sera pleine, nous saurons que la quantité de liquide qui reste dans la grande bouteille correspond exactement à un litre.

Après avoir vidé la petite bouteille et avoir transvasé à l'intérieur le litre resté dans la grande bouteille, nous pourrions de nouveau remplir la grande bouteille de 5 litres : de cette manière, nous obtiendrons un total de 6 litres.

*En général, les énigmes qui concernent les sabliers ou les transvasements ont comme sujet les **nombre**s naturels, c'est-à-dire 0, 1, 2, 3, etc.*

*La **théorie des nombre**s (en commençant par la simple arithmétique) est un domaine très vaste des mathématiques, qui, entre autres choses, peut répondre à des questions concernant les nombre*s naturels.

*Par exemple : quels nombre*s peut-on obtenir de la soustraction d'un multiple de 5 et d'un multiple de 4 ? La réponse est que l'on peut obtenir tous les nombres : par exemple 22 équivaut à six fois 5 moins deux fois 4. Et, généralement, un nombre n s'obtient en calculant n fois 5 moins n fois 4.

*En revanche, on ne peut pas obtenir tous les nombre*s en faisant la soustraction entre un multiple de 6 et un multiple de 4, étant donné que la somme ou la différence entre deux nombres pairs est toujours un nombre pair.

*Si vous aimez l'arithmétique, vous pouvez vous amuser à chercher des informations sur le **plus***

grand commun diviseur de deux nombres (ou de plusieurs nombres), ou bien encore sur la **décomposition d'un nombre en facteurs premiers**.

Les **nombres premiers** sont des nombres spéciaux (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23...) avec lesquels, grâce à la multiplication, on peut obtenir tous les autres. Prenons un exemple qui vous sera sans doute familier : $12 = 2 \times 2 \times 3$. Il y a une infinité de nombres premiers et il y a des questions à leur sujet auxquelles personne ne sait répondre. Comme celle-ci par exemple : « Les nombres premiers jumeaux – c'est-à-dire deux nombres premiers qui ont un écart entre eux de 2, comme 3 et 5, 11 et 13, 17 et 19... – sont-ils infinis ? »

Un des aspects les plus fascinants de la théorie des nombres est que **plusieurs de ces questions ouvertes** sont très simples en apparence et que pourtant personne, jusqu'à aujourd'hui, n'est parvenu à y répondre...

Mais il ne faut jamais dire jamais : dans les prochaines décennies, les mathématiques feront sûrement, comme toujours, de grands progrès. Et de nombreuses questions ouvertes trouveront une réponse.



LA BALANCE DE L'AMITIÉ

Sauriez-vous retrouver une statuette en or parmi neuf statuettes de fer plaquées or, en utilisant deux fois seulement une balance ancienne ?

De longues tresses noires, une grande passion pour les chiffres : voilà Ursule, une jeune fille de onze ans, qui fréquente le prestigieux Collège des Sciences et des Lettres de la ville d'Utopia.

Ursule adore son école. Ou plutôt, l'adorait. Jusqu'à ce que, au début de l'année scolaire, arrive une nouvelle élève.

Elle s'appelle Bianca, a des cheveux châains très épais et a le même âge qu'Ursule. Et, tout comme elle, elle apprécie vraiment beaucoup les chiffres. Tellement que, parfois, elle arrive même à avoir de meilleures notes...

C'est une situation inédite pour Ursule qui n'en a pas l'habitude et qui déteste être dépassée par quelqu'un, et cela l'agace. Bianca semble partager la même attitude. Entre elles deux, le courant ne passe pas : elles sont continuellement en compétition et veulent prouver en toute occasion que l'une est plus intelligente et qualifiée que l'autre. C'est une course continue à qui obtiendra les meilleurs résultats et les notes les plus hautes.

Leur rivalité est connue dans toute l'école et même la classe est divisée en deux : d'un côté, les amies d'Ursule et de l'autre, ceux de Bianca.

Selon les enseignants et la directrice du Collège, il est temps que les deux filles apprennent à cohabiter sans que chaque occasion ne se transforme en compétition. Mais comment faire ?

De manière inattendue, un matin d'octobre, la directrice convoque Ursule dans son bureau. En entrant, toute fébrile, la fillette s'aperçoit avec étonnement et déception que Bianca est déjà dans la

salle, assise sur un moelleux petit fauteuil de velours rouge.

Les deux camarades de classe se saluent à peine, d'un léger signe de tête, chacune agacée par la présence de l'autre.

« Bien, commence la Directrice, maintenant que vous êtes là toutes les deux, nous allons pouvoir commencer ! »

Sur ces mots, elle invite les fillettes à la suivre dans une pièce contiguë au bureau de la direction. À l'intérieur, une des assistantes de l'école, Madame Dulys, est à côté d'une table recouverte d'un drap.

D'un geste vif, la directrice soulève le drap, dévoilant une balance ancienne à deux plateaux et neuf statuettes identiques, étincelantes. Elles sont si brillantes qu'elles semblent faites d'or pur. Les fillettes observent la scène avec un mélange de curiosité et de méfiance, sans comprendre pourquoi elles se trouvent dans cette pièce ni ce que la directrice attend d'elles.

« Chères Bianca et Ursule, dit la directrice. Vous vous demandez sûrement pourquoi je vous ai convoquées aujourd'hui. »

Évitant soigneusement de se regarder, les deux filles acquiescent.

« Comme vous le savez sans doute, vous êtes les meilleures élèves de votre classe, dit la directrice avec un sourire tiède. C'est pourquoi, je souhaite vous soumettre à une épreuve... Épreuve, notez bien, que vous devrez surmonter ensemble. »

La directrice s'interrompt, levant les yeux pour observer les réactions des deux fillettes. Elles sont visiblement inquiètes et se regardent à la dérobée, une expression de défiance renfrognée peinte sur les traits délicats de leurs visages.

« Comme vous le voyez, poursuit la directrice en montrant la table, il y a ici une balance à deux plateaux et neuf statuettes. Elles semblent être faites en or fin, n'est-ce pas ? »

Les deux filles acquiescent.

« En fait, seule l'une d'entre elles l'est vraiment, poursuit la directrice. Les autres sont en fer plaqué or. L'or est plus lourd que le fer mais la statuette en or a une petite cavité à l'intérieur. Par conséquent, la statuette en or est seulement légèrement plus lourde que celles en fer plaqué or. C'est clair jusque-là ? »

Les deux fillettes acquiescent de nouveau, concentrées sur les paroles de la directrice.

« Il n'y a qu'une statuette en or fin, les autres sont en fer plaqué or, répète avec application Ursula.

– Et celle en or fin est un peu plus lourde, s’empresse d’ajouter Bianca qui ne veut pas être en reste.

– Bien, continue la directrice. Votre mission est de trouver la statuette en or fin, en utilisant cette ancienne balance à deux plateaux. Vous savez comment elle fonctionne ?

– Bien entendu, répond promptement Ursule, tout en lançant un regard de défi à Bianca. Si nous mettons deux objets de poids différents sur chaque plateau, le plateau avec l’objet le plus lourd descendra, alors que celui avec l’objet le plus léger montera.

– Tandis qu’avec deux objets de même poids, les deux plateaux resteront en équilibre au même niveau, conclut Bianca, retournant à Ursule son regard.

– Exactement ! », commente, impassible, la directrice. Puis elle ajoute : « Pour surmonter cette épreuve, vous devrez respecter des règles précises. »

Impatientes, les fillettes la regardent, tout ouïe.

« Règle numéro un, énumère la directrice, en comptant sur ses doigts. Vous ne pouvez pas toucher aux statuettes. Seule Mme Dulys peut les manipuler.

Règle numéro deux : vous disposez de la balance, c'est vrai, mais vous ne pouvez faire que deux pesées. Pas une de plus.

Enfin, règle numéro trois, vous devez travailler ensemble. Dans ce jeu, vous vaincrez ou vous perdrez en binôme. Donc, je vous conseille de commencer tout de suite à penser à la stratégie que vous voulez suivre pour trouver la statue en or et remporter votre récompense. »

Les fillettes restent immobiles, évitant soigneusement de se regarder. La directrice les observe avec attention à travers ses lunettes à la monture ovale.

« Il y a vraiment une récompense en jeu, Madame la Directrice ? demande soudain Bianca intriguée.

– Chaque chose en son temps, réplique sèchement la directrice.

– Et on est ... obligée de participer ? » demande Ursule avec hésitation.

Elle ne digère vraiment pas l'idée de travailler avec Bianca et de devoir partager avec elle une récompense...

« Tu voudrais renoncer ? lui répond la directrice en scrutant son visage. Pourquoi ? Tu penses que tu ne réussiras pas ?

– Non, non ! s’empresse de dire la petite fille, piquée au vif, toute rougissante.

– Vous avez d’autres questions ? »

Ursule et Bianca font non de la tête.

« Bien, conclut la directrice avec un air satisfait. À partir de maintenant, vous disposez d’une heure. L’horloge accrochée au mur vous indiquera le temps passé et celui qui vous reste. Bonne chance ! »

Sur ces paroles et après avoir salué Mme Dulys d’un signe de tête, la directrice retourne d’un pas lesté dans son bureau.

Quelle stratégie suivriez-vous si vous étiez à la place d’Ursule et de Bianca ?

Pendant quelques minutes, Ursule et Bianca restent immobiles au milieu de la pièce, sans savoir quoi faire. Aucune des deux ne veut faire le premier pas. Mais le temps s’écoule, inexorablement.

« Ok, nous pouvons faire seulement deux pesées..., murmure Bianca, hésitante. Donc, si nous comparons deux statuettes à la fois, nous trouverons la statuette en or fin seulement si elle se trouve

parmi les quelques-unes que nous allons prendre en compte. »

Écartant les bras, elle ajoute :

« En deux pesées, nous pouvons vérifier seulement quatre des neuf statues. Si celle en or ne se trouve pas parmi ces quatre-là... et bien... nous n'avons plus aucun moyen de trouver laquelle c'est...

– Il est donc clair que *ça*, ce n'est pas la bonne stratégie... », réplique Ursule froidement, sans la regarder.

Bianca ne répond pas, mais jette à sa camarade de classe un regard offensé.

De longues minutes de silence s'écoulent. Les deux fillettes ne parviennent vraiment à accepter l'idée de devoir collaborer...

L'inexorable tic-tac de l'horloge leur annonce qu'un quart d'heure s'est déjà écoulé depuis le début de l'épreuve. Madame Dulys demeure immobile et impassible à côté de la table, les observant en silence.

Ursule, en plein dilemme, garde les yeux rivés au sol : une part d'elle-même cherche à se concentrer sur l'épreuve pour la résoudre tandis qu'une autre part se demande s'il ne serait pas judicieux de

collaborer avec Bianca, comme le demande la directrice. Le problème est qu'elles ne peuvent vraiment pas se supporter !

Et si... et si Bianca trouvait la solution toute seule ? Si, d'un instant à l'autre, elle levait la main pour dire qu'elle a tout compris, qu'elle sait comment faire ? Ce serait une terrible humiliation, voilà ce que ce serait ! Machinalement, Ursule remue la tête, faisant onduler ses tresses.

Bianca se trouve dans le même état, le regard fixe et les traits du visage endurcis.

Dans la pièce, on entend seulement le tic-tac des aiguilles qui rappelle aux fillettes que le temps passe. L'heure accordée pour l'épreuve est en train de s'écouler peu à peu...

Bianca avale sa salive. Jusqu'à présent, ses réflexions ne lui ont pas permis d'aller très loin. Si seulement... si seulement, elle pouvait discuter avec Ursule ! Mais toutes deux sont bien trop orgueilleuses et têtues pour reconnaître qu'elles ont besoin l'une de l'autre.

Ursule soupire. Elle lance un regard inquiet à l'horloge puis lève les yeux vers le visage impassible de Madame Dulys. Qui sait ce qu'elle pense d'elles et de cette situation absurde...

« Le temps passe..., murmure Ursule hésitante.
Tu as une idée ?

– Non », soupire Bianca secouant sa tête toute bouclée.

Mais au fond, elle est soulagée qu’Ursule se soit décidée à faire le premier pas.

« Commençons par ce que nous savons, propose Ursule. C’est-à-dire que nous ne pouvons pas les peser deux par deux puisque nous n’avons droit qu’à deux pesées. Donc, si nous n’avons pas de chance en choisissant les statuettes à comparer, nous risquons de ne pas trouver la statuette en or. Pourtant, il doit bien y avoir une stratégie pour la reconnaître avec certitude.

– Exactement, approuve Bianca. Il doit y avoir un moyen pour savoir à coup sûr quelle est la statue en or. »

Puis, après avoir réfléchi quelques instants, elle poursuit : « Donc... donc, il va falloir les peser par groupes ?

– Oui, c’est sans doute ça... », réfléchit Ursule, fixant avec intensité les statuettes comme si elles pouvaient lui parler et lui donner des indications.

Maintenant que la glace est rompue et qu’elles ne doivent plus réfléchir à qui doit faire le premier pas,

Ursule et Bianca sont plus sereines. Avec une tête libérée des inquiétudes, des doutes et des peurs, se concentrer et réfléchir est bien plus facile ...

« Il y en a neuf. Il est donc clair que nous ne pouvons pas les partager en deux groupes égaux... », exclut Bianca, ses grands yeux noirs rivés sur la table.

Ursule hoche la tête.

« On pourrait les diviser en trois groupes..., propose Bianca. Trois groupes de trois. Qu'en penses-tu ? »

L'horloge continue à tourner. Levant les yeux, les fillettes se rendent compte que trente minutes se sont déjà écoulées : la moitié du temps dont elles disposent.

« Si on pèse trois statuettes d'un côté et trois de l'autre..., murmure Bianca.

– Si la statuette en or se trouve dans un des deux groupes que nous comparons, l'un pèsera plus lourd que l'autre, n'est-ce pas ? continue Ursule. Donc, les plateaux de la balance ne seront pas en équilibre. »

Ursule lance un regard plein d'espoir à Bianca qui acquiesce en retour. Les regards des deux fillettes se croisent enfin.

« De cette manière, nous pouvons savoir à coup sûr dans lequel des trois groupes se trouve la statuette en or ! s'exclame Bianca tout émue. Si, quand nous comparons deux des trois groupes, l'un est plus lourd que l'autre, alors la statuette se trouve nécessairement dans celui-là. Dans le cas contraire, si les plateaux restent en équilibre, cela signifie que la statuette en or se trouve dans le troisième groupe de trois, celui qui n'a pas été pesé. C'est bien ça, non ? »

Cette fois-ci, c'est au tour d'Ursule d'approuver, toute souriante.

« Donc, une fois que nous aurons découvert dans quel groupe se trouve la statuette en or, nous pourrons faire la deuxième pesée et comparer les statuettes qui composent ce groupe ! », ajoute Ursule enthousiaste, se sentant proche de la solution.

« Exactement ! » Bianca semble partager la même excitation. « Nous avons trois statuettes. Si nous comparons deux d'entre elles, deux choses peuvent alors se produire...

– Ou bien les plateaux de la balance restent à l'équilibre et en ce cas, cela signifie que les statuettes sont toutes les deux en fer, ou bien une des statuettes est plus lourde. Dans le premier cas, la statuette en or est la seule qui n'aura pas été pesée.

Dans le second en revanche, c'est celle qui est la plus lourde ! conclut Ursule enthousiaste.

– On a la solution, ça y est ! » Bianca commence à sautiller, criant de joie.

« Attends, on doit encore trouver la statuette ! », l'avertit Ursule. Mais elle le fait avec un grand sourire aux lèvres.

« Oups, oui, c'est vrai... », reconnaît Bianca, mettant théâtralement sa main devant la bouche.

Et c'est ainsi qu'aidées par Madame Dulys, les deux fillettes mettent leur plan à exécution. Tout d'abord, elles demandent à l'enseignante de poser trois statuettes prises au hasard sur l'un des plateaux de la balance et trois sur l'autre.

« Aucune de ces statuettes n'est en or » relèvent-elles, remarquant que les plateaux demeurent en équilibre. Puis elles ajoutent : « Cela signifie que la statuette en or fin est une des trois statuettes que nous n'avons pas encore pesées ». Elles demandent alors à Madame Dulys de poser sur les deux plateaux de la balance deux des trois statuettes restantes. L'enseignante s'exécute, impassible et silencieuse, plaçant une statuette sur chaque plateau.

Et voici que l'un des plateaux se met à descendre.

« Cette statuette est plus lourde ! s'exclament les fillettes d'une seule voix. Cela signifie qu'elle est en or fin ! On l'a trouvée ! »

Elles pointent du doigt la statuette placée sur le plateau de gauche, qui est légèrement plus basse que l'autre.

« Je confirme, c'est bien la statuette la plus lourde ! Joli travail d'équipe ! », complimente Madame Dulys avec un sourire.

Les deux fillettes rayonnent de satisfaction et se tapent dans la main.

« Heureusement que tu as eu l'idée de séparer les statuettes en trois groupes de trois..., s'exclame Ursule. Quand tu l'as dit... quand tu l'as dit, ça m'a vraiment débloqué les méninges !

– Oui, mais si tu n'avais pas rompu la glace la première..., admet Bianca en rougissant, on serait encore en silence à regarder par terre et à perdre notre temps...

– Je n'arrive pas à croire que nous avons été aussi stupides ! », commente Ursule, en remuant la tête.

Elles rient toutes deux de bon cœur. Elles sont heureuses d'avoir réussi et s'aperçoivent avec stupéfaction que le fait d'avoir surmonté l'épreuve en collaborant, au lieu de le faire chacune dans son

coin, n'a pas rendu ce moment moins significatif et moins précieux. Au contraire, avoir quelqu'un avec qui se réjouir et faire la fête est bien plus amusant !

C'est comme si la présence d'une autre personne multipliait la joie et l'excitation, en les intensifiant.

« Félicitations, Bianca et Ursule, dit en souriant la directrice, apparue dans l'embrasure de la porte. Je suis très heureuse que vous ayez finalement réussi à mettre de côté votre rivalité et à travailler ensemble. J'espère que ce sera pour vous un nouveau départ. C'était justement ça la récompense : la possibilité de tout reprendre à zéro. Peut-être même que vous deviendrez amies désormais, qui sait ? »

Eh oui, qui sait ?

Pour en savoir plus

À première vue, le problème proposé semble impossible à résoudre. Et pourtant, cette histoire nous montre qu'il y a bien une solution.

Une fois compris que l'on peut comparer plus de deux statuettes à la fois, de nombreuses possibilités s'offrent.

Pour obtenir une information pertinente, il est nécessaire de mettre le même nombre de statuettes sur chacun des plateaux de la balance. Étant donné

que la différence de poids entre la vraie statuette en or et les autres est très petite, si on place un plus grand nombre de statuettes sur un des plateaux, la balance penchera de toute façon de ce côté et l'on ne pourra rien découvrir de nouveau.

Si pendant la première pesée, nous mettons deux statuettes sur un plateau et deux statuettes sur l'autre, nous laissons de côté cinq statuettes. Dans le cas où, par malchance, la statuette recherchée se trouve parmi ces cinq-là, nous ne pouvons pas être certains de l'identifier, puisque nous n'avons droit qu'à une seule autre pesée. Pour comparer cinq statuettes avec une seule pesée, nous nous retrouvons en effet confrontés à une série de difficultés. Par exemple, nous pourrions comparer deux statuettes entre elles. Mais en faisant ainsi, nous n'obtiendrions pas d'informations suffisantes sur les trois statuettes restantes. Ou bien nous pourrions comparer deux couples de statuettes mais cela ne nous permettrait pas, si un des couples est plus lourd, de distinguer entre les deux statuettes qui le composent celle qui est en or fin...

Changeant de stratégie dès le départ, nous pourrions choisir de comparer les neuf statuettes en mettant quatre statuettes sur chaque plateau. Si nous faisons ainsi, la statuette en or fin pourrait

soit être la seule laissée de côté, soit se trouver dans un des groupes de quatre statuettes ; dans le second cas cependant, nous ne pourrions pas être certains de l'identifier avec une seule et dernière pesée.

Il est donc nécessaire de diviser les statuettes en groupes de trois, comme le font Bianca et Ursule, afin qu'après la première pesée, la statuette recherchée soit dans un groupe de seulement trois statuettes, qui seront faciles à comparer grâce à une seconde pesée.

Dans ce récit, il apparaît également que l'union fait la force. Quand il faut résoudre un problème difficile, il peut arriver que quelqu'un ait une intuition juste mais qu'il ne parvienne pas à la concrétiser en une solution complète. Et c'est peut-être alors quelqu'un d'autre qui réussira à se saisir de cette intuition et l'exploiter...

C'est pour cette raison que beaucoup de travaux scientifiques se font en collaboration : l'échange d'idées, le débat et la discussion sont très utiles pour progresser. Et puis, avouons-le, travailler ensemble est bien plus amusant !

Si vous aimez les mathématiques, cherchez quelqu'un avec qui partager votre passion. Si c'est possible, inscrivez-vous à des compétitions de mathématiques dans votre école ou dans votre

région (savez-vous qu'il existe aussi des compétitions en ligne ?).

De la sorte, non seulement vous vous mettrez à l'épreuve, mais vous pourrez peut-être rencontrer des gens de votre âge qui partagent votre intérêt pour les mathématiques. Et même si cela fait plaisir de remporter une victoire, souvenez-vous que le plus important est de participer !

Notez qu'en vous préparant à une compétition de mathématiques, vous devrez parfois vous confronter à des sujets nouveaux par rapport à ceux que vous connaissez ou que vous avez déjà étudiés en classe. Tout ce que vous apprendrez en vous entraînant pour les compétitions, surtout dans les dernières années de lycée, pourra se révéler très utile si vous décidez un jour d'étudier à l'université...

Si vous êtes intéressés par le sujet des compétitions de mathématiques, vous pouvez demander conseil (et un coup de main) à un enseignant de votre école. Et ... bonne chance !



LES DEUX LAPINS

Madame Tortue sait que Lapin Blanc et Lapin Noir passent tous les deux plusieurs fois par jour devant sa maison. Cependant, quand elle sort dans le jardin, elle voit presque toujours passer Lapin Blanc en premier. Comment est-ce possible ?

Madame Tortue est en train de prendre le thé dans son joli jardin fleuri, devant sa maisonnette, en plein cœur du bois des Baies-Rouges. Elle aime rester assise au milieu de ses plantes adorées, à se détendre et profiter de la chaleur des rayons de soleil qui traversent les arbres.

Ses journées sont toujours longues – elle se réveille bien avant l’aube et va se coucher bien après le crépuscule – et remplies d’occupations les plus variées : lecture, expériences culinaires, gymnastique, jardinage, petites réparations...

En dépit de son âge désormais avancé, Madame Tortue est vraiment pleine d’énergie et a de nombreux centres d’intérêt !

Cet après-midi, Madame Tortue est en compagnie de sa chère amie, Madame Blaireau qui revient tout juste d’un long voyage. Ayant pris depuis peu sa retraite après avoir travaillé pendant de nombreuses années à l’Institut de Météorologie du bois des Baies-Rouges, Madame Blaireau s’est offert une longue période de repos à la mer, dans un lieu exotique. Elle est revenue chez elle revigorée, avec un tas d’histoires à raconter à sa meilleure amie !

Tandis que les deux vieilles dames discutent aimablement, Lapin Blanc, le jeune coursier de l’Institut de Météorologie, apparaît sur la route qui, traversant le bois, longe la palissade de la maisonnette.

Le lapin salue chaleureusement Madame Tortue et Madame Blaireau et avance d’un bon pas le long du sentier. Il tient une feuille de papier enroulée à délivrer à l’Institut qui se trouve à quelques

centaines de mètres de la maison de Madame Tortue.

« Le bulletin météo de la fin de l'après-midi doit être arrivé », commente avec nonchalance Madame Blaireau, tout en continuant à grignoter de délicieux biscuits à la cannelle.

Madame Tortue suit du regard la silhouette du lapin jusqu'à ce que qu'il disparaisse dans les arbres.

« Je le vois passer tous les jours, note-t-elle. Et aussi l'autre jeunot, Lapin Noir... »

Après quelques instants, elle ajoute en indiquant la route : « D'ailleurs, le voilà qui arrive là-bas ! »

Lapin Noir s'approche en sautillant sur le sentier. Il salue cordialement les deux dames et continue à son tour son chemin en direction de l'Institut de Météorologie. Lui aussi tient une feuille de papier enroulée.

« Ce doit être l'autre bulletin météo de la fin de l'après-midi..., dit Madame Blaireau, après avoir répondu par un sourire à la salutation du jeune lapin. Quiconque veut aller à l'Institut doit passer devant chez toi... »

– Je ne comprends pas, murmure, déroutée, Madame Tortue. Combien de bulletins météo y a-t-il par jour ?

– L’Institut de Météorologie reçoit régulièrement les informations de deux stations d’observation, une située au sud de Baies-Rouges et une située au nord, explique Madame Blaireau. Chaque jour, il reçoit cinq bulletins de chacune des deux stations, deux le matin et trois l’après-midi. Lapin Blanc est chargé de livrer à l’Institut les bulletins de la station Nord, alors que Lapin Blanc apporte ceux de la station Sud.

– Vraiment ? Je ne le savais pas ! » s’exclame Madame Tortue étonnée. Puis, avec curiosité, elle demande : « Et où se trouvent-elles précisément, ces stations ? Elles sont très éloignées ?

– Non, non, elles ne sont pas loin. Elles sont toutes les deux à une demi-heure de route d’ici. Si, en quittant le portail de ta maison, tu bifurques dans la direction opposée à l’Institut, la route te conduit hors du bois des Baies-Rouges, jusqu’à un petit carrefour. À partir de là, un sentier mène à la station au nord, un autre vers la station au sud.

– Je comprends », murmure Madame Tortue.

Bien qu’elle ait toujours vécu à Baies-Rouges, elle ne s’est jamais aventurée hors du bois. Les deux amies restent en silence. Madame Tortue a le front plissé, comme si elle était très concentrée.

« Tu as dit que Lapin Blanc et Lapin Noir doivent tous deux porter un bulletin à l'Institut de Météorologie, cinq fois par jour ? demande-t-elle après quelques instants.

– Oui, acquiesce Madame Blaireau, en continuant à grignoter les biscuits.

– Cela veut dire que chacun d'entre eux passe une dizaine de fois par jour devant ma maison... », continue Madame Tortue.

Madame Blaireau opine de nouveau du chef.

« Oui, les deux lapins doivent apporter les bulletins à destination et ensuite repartir chacun dans sa station, en attendant les bulletins suivants.

– Je comprends..., dit Madame Tortue.

– Quelque chose ne va pas ? », l'interroge Madame Blaireau en remarquant son air pensif.

Madame Tortue soupire, se ressaisissant.

« Voilà, je réfléchissais..., commence-t-elle hésitante, comme si elle cherchait ses mots. Une chose m'intrigue et je n'arrive vraiment pas à me l'expliquer... »

Son amie la regarde d'un air interrogateur. Après s'être éclairci la voix, Madame Tortue poursuit :

« Si les deux lapins passent dix fois par jour devant ma maison, tous deux de manière assez régulière... pourquoi donc, lorsque je sors dans le jardin, à n'importe quelle heure du matin ou de l'après-midi, vois-je passer presque toujours Lapin Blanc en premier ?

– Peut-être que, toi et Lapin Blanc, vous avez les mêmes horaires..., suggère Madame Blaireau d'un ton évasif.

– Mais je n'ai pas d'horaires ! proteste en gloussant Madame Tortue. Il m'arrive de sortir pour un tas de raisons : repoter les fleurs, boire le thé, cueillir les tomates, repeindre la barrière... Mais quand je suis dans le jardin, je vois presque toujours passer Lapin Blanc avant Lapin Noir... Tu ne trouves pas ça bizarre ?

– Oui, en effet, c'est un peu étrange..., reconnaît Madame Blaireau. C'est peut-être juste une coïncidence ?

– Mais ils passent dix fois par jour ! », insiste Madame Tortue qui ne semble pas convaincue par l'idée d'une pure et simple coïncidence.

Madame Blaireau, pensive à son tour, pose sa tasse de thé sur la table.

« Alors..., explique-t-elle, se remémorant ses longues années de travail à l'Institut de Météorologie. Les bulletins doivent être expédiés à peu près toutes les deux heures, entre 7 heures du matin et 17 heures. D'habitude, le bulletin de la station Nord part le premier. Puis, peu de temps après, celui de la station Sud. Ceci, parce que la station Nord fait ses prélèvements une ou deux minutes avant la station Sud. »

Madame Tortue l'écoute avec attention et intérêt.

« Lapin Blanc est chargé de transmettre le bulletin de la station Nord. Il va à l'Institut de Météorologie puis retourne dans sa station, poursuit Madame Blaireau. En revanche, Lapin Noir part de la station Sud. Il remet son bulletin à l'Institut de Météorologie puis revient dans sa station.

– Tout cela n'explique pas pourquoi je vois presque toujours d'abord Lapin Blanc... »

Les deux dames restent quelques minutes en silence.

« En fait, si ! s'exclame soudain Madame Blaireau, comme si elle avait eu brusquement une révélation. C'est évident maintenant ! »

D'après vous, quelle est la solution de ce mystère ?

Madame Tortue la regarde sans comprendre.

« Qu'est-ce qui est évident ?

– Ce qui est évident, c'est pourquoi tu vois toujours Lapin Blanc en premier ! », réplique Madame Blaireau en souriant avec satisfaction. Puis en détachant bien chacun de ses mots, elle poursuit :

« Les deux lapins passent dix fois par jour devant chez toi. Mais Lapin Blanc passe toujours avec une minute ou deux d'avance sur Lapin Noir. »

Madame Tortue hoche la tête, en silence.

« Quant à toi, tu sors plusieurs fois par jour dans ton jardin, à différents moments, poursuit Madame Blaireau. Pour voir Lapin Noir en premier, tu devrais sortir dans le jardin précisément dans cet intervalle d'une ou deux minutes qui sépare le passage de Lapin Blanc de celui de Lapin Noir. Pourtant, si on y réfléchit, il est bien plus probable que tu sortes dans le jardin à n'importe quel autre moment plutôt que justement dans cette très courte parenthèse d'une ou deux minutes. Tu ne crois pas ? »

Madame Tortue demeure quelques instants en silence, comme pour assimiler les paroles de son amie.

« Maintenant que tu m’y fais penser..., murmure-t-elle en hochant la tête, c’est vrai ! Il est bien moins probable que je sorte dans le jardin précisément dans un intervalle de temps aussi bref plutôt qu’à n’importe quel autre moment. Par conséquent, il est plus probable que je vois passer d’abord Lapin Blanc !

– Eh oui ! sourit Madame Blaireau. Il ne semblait vraiment pas y avoir d’explication mais en fait, il y en a une ! »

Amusées, les deux amies se mettent à rire et satisfaites de la conclusion à laquelle elles sont parvenues, elles retournent déguster leur collation. Pendant ce temps, apparaît sur le sentier la silhouette de Lapin Blanc qui, après avoir remis le bulletin à l’Institut de Météorologie, se dirige d’un bon pas vers la station Nord.

Pour en savoir plus

Dans ce récit, c’est un raisonnement qui a permis à Madame Blaireau de comprendre comment un

fait, inexplicable en apparence, a en réalité une explication plutôt simple.

Si on y réfléchit bien, c'est une situation qui arrive souvent quand on doit répondre à des devinettes.

Vous est-il déjà arrivé de lire une solution et de dire, après-coup : « Mais bien sûr ! Pourquoi n'y ai-je pas pensé avant ? ». Ne vous en faites donc pas si vous ne parvenez pas à résoudre une énigme ou une devinette : vous n'êtes pas les seuls ! Et prenez aussi en compte que vraiment très peu de personnes réussissent à résoudre les devinettes les plus difficiles.

Quoiqu'il en soit, une fois la solution découverte, cherchez à la comprendre et si vous avez des doutes, parlez-en avec la personne qui vous a proposé cette devinette ou avec quelqu'un que vous pensez pouvoir vous aider. Un membre de votre famille ? Un enseignant ?

Il se peut aussi que vous soyez encore trop jeunes pour comprendre quelque chose, dans le sens où vous n'avez pas encore appris à l'école les outils qui pourraient vous aider à trouver la solution. Dans ce cas, vous êtes désavantagés par rapport aux grands – mais pas moins intelligents !

*La devinette proposée dans ce récit parle de probabilités. En mathématique, la **théorie des probabilités** cherche à vérifier si certains événements sont très probables ou peu probables. Ou, pour être plus précis, à quantifier la possibilité qu'un événement se produise.*

Il y a de nombreux exemples de situations dans lesquelles un événement ou un fait est, comme par magie, plus probable qu'un autre. C'est seulement en y réfléchissant bien (et peut-être en s'aidant de certains résultats de la théorie des probabilités) qu'on réussit à en comprendre la raison.

Par exemple, voici deux affirmations qui peuvent sembler contradictoires mais qui sont vraies toutes les deux : la plupart des enfants ont des frères ou des sœurs et la plupart des familles n'ont qu'un seul enfant.

Cherchons à comprendre, à travers un exemple concret, comment c'est possible. Imaginons qu'il y a 20 familles : parmi elles, 12 ont un seul enfant, tandis que les 8 familles restantes ont deux enfants. Il s'ensuit qu'il y a plus de familles avec un enfant unique (12 contre 8) mais que les enfants qui ont un frère ou une sœur sont plus nombreux (16 contre 12).

Un autre exemple célèbre est le « paradoxe des anniversaires ». Dans un groupe de personnes, quelle est la probabilité que deux d'entre elles aient leur anniversaire le même jour ?

Eh bien, il suffit que le groupe soit composé d'au moins 23 personnes pour que la probabilité que deux d'entre-elles fêtent leur anniversaire le même jour soit supérieure à 50 %, bien que l'anniversaire de chaque personne puisse tomber l'un des 365 jours de l'année ! (Pour simplifier, nous n'avons pas pris en considération l'année bissextile dans ce dernier calcul et nous avons considéré tous les jours de l'année comme également probables).



EN VOYAGE AVEC LE CHIEN, LE CHAT ET LA SOURIS

Si le chat ne peut rester seul avec la souris, et si le chien ne peut rester seul avec le chat, comment fera la sorcière Drusilla, privée de baguette magique et ne pouvant transporter qu'un seul de ses animaux à la fois, pour organiser son voyage à la Foire Internationale de la Magie ?

Un gros chaudron mijote sur le feu de la cheminée, sous le regard attentif d'un chat noir, tandis qu'à quelques pas de là, un chien à l'épais pelage brun dort paisiblement sur un coussin. Dans

un angle, une souris grise grignote avec gourmandise un petit morceau de fromage.

Soudain, on frappe à la porte.

Le chat se met à miauler. Le chien émet un grognement sans se réveiller et se retourne, le museau vers le mur. Quant à la souris, elle continue à manger, concentrée sur son fromage.

« J'arrive ! », s'écrie une voix jeune et stridente.

C'est la maitresse de maison, une sorcière aux cheveux sombres, aux mains pâles et aux longs doigts. Elle interrompt ses activités – elle était en train de dissoudre une poudre jaune dans un liquide vert – et se dirige rapidement vers la porte, bousculant et faisant tomber au passage des boîtes abandonnées sur le pavé.

« Bonsoir Drusilla, je ne te dérange pas ? » Sur le seuil de la porte est apparue une femme corpulente, habillée de couleurs sombres.

C'est Domitille, la voisine : une prodigieuse voyante, capable de lire l'avenir dans des boules de cristal, dans le marc de café et dans les fonds de plats... même si, à vrai dire, ses prédictions ne se réalisent pas toujours.

Domitille porte un panier en osier.

« Je t'ai apporté le dîner ! », s'exclame-t-elle avec entrain, tout en déposant le panier sur la table.

Puis, regardant autour d'elle d'un air étonné, elle ajoute : « Par tous les diables ! Qu'est-ce que c'est que ce bazar ? Comment fais-tu pour travailler ainsi ? »

Drusilla hausse les épaules, retournant à ses éprouvettes et à ses alambics. Ces dernières semaines, elle n'a pas eu beaucoup de temps pour s'occuper de rangement et de ménage. Et si Domitille et ses repas préparés avec soin et affection n'étaient pas là, elle aurait même oublié de manger...

La Foire Internationale de la Magie est dans à peine trois jours et la jeune sorcière veut être certaine que toutes ses recettes seront parfaites, prêtes à être présentées et commercialisées.

La Foire est un des événements les plus importants du monde de la Magie. Elle a lieu tous les quatre ans, à chaque fois dans une ville différente et attire les mages et les sorcières des quatre coins de la planète. Drusilla sait que c'est sa chance : elle peut enfin faire connaître au monde entier ses créations, ses philtres et ses potions.

« Quelle odeur bizarre... Qu'est-ce qui mijote là-dedans ? », demande Domitille en s'approchant de la cheminée et en désignant le gros chaudron.

Le chat, dérangé par le mouvement de la femme, se réfugie avec un miaulement de protestation dans un autre angle de la pièce.

« Extrait de rhubarbe, jus de citron, gingembre, œufs de termites, venin de vipère..., énumère distraitemment Drusilla, sans lever la tête de son travail.

– Mais c'est un mélange écœurant ! Et à quoi pourrait bien servir ce genre de chose ? interroge encore Domitille, en plissant le nez.

– C'est une potion de jouvence ..., répond Drusilla.

– De jouvence ? Vraiment ? demande la voyante, cette fois-ci avec un intérêt certain. Et... ça marche ?

– Oui, bien sûr que ça marche ! acquiesce Drusilla. Ça pourrait faire redevenir enfant n'importe qui...

– Redevenir enfant ? Domitille la regarde avec doute. Mais enfin, qui voudrait redevenir un enfant !?! »

La voyante pousse un soupir. Elle sait que sa jeune amie est très adroite pour créer des potions nouvelles et efficaces. Mais parfois, elle a l'impression qu'elle perd son temps dans des projets qui n'ont ni queue ni tête...

« Quelles potions vas-tu présenter à la Foire ? demande-t-elle, tout en examinant les divers récipients éparpillés dans la pièce.

– Je voudrais emporter toutes celles que j'ai essayées et perfectionnées. En tout, il y en a 53. Et elles doivent toutes tenir là-dedans », répond Drusilla en indiquant une malle en bois posée sur le sol.

C'est une caisse de taille moyenne, à l'aspect plutôt commun, exception faite de la baguette projetant des étincelles qui se détache sur l'un des côtés : l'inimitable logo de la Foire Internationale de la Magie.

« Tu seras très chargée... Réussiras-tu à transporter cela toute seule ? » s'informe encore Domitille.

Levant la tête, Drusilla acquiesce.

« Oui, la malle en bois peut être transportée sur le balai. »

Puis, en soupirant, elle poursuit : « Le problème cependant, ce sont Grisou, Charbon et Cacao. Tu sais que je ne peux pas les laisser à la maison tout seuls. Et je ne peux les confier à personne car ils souffriraient trop de la séparation. Ils ne sont pas habitués à vivre sans moi... »

Domitille, soudain sérieuse, approuve, se retournant pour regarder Cacao, le chien endormi, Charbon, le chat noir aux grands yeux verts émeraude, et Grisou la souris gourmande : les animaux domestiques chéris de Drusilla.

Trois petits anges, liés à leur maitresse par l'affection et la confiance. Mais qui, à chaque fois qu'elle s'éloigne, se jettent à tous les coups les uns sur les autres.

Le chat Charbon cherche toujours à manger Grisou la souris. Quant au chien Cacao, il attaque systématiquement Charbon le chat. Les laisser sans surveillance est impossible : ils se feraient du mal. Quoiqu'il en soit, aucun ami de Drusilla ne serait prêt à prendre la responsabilité de s'occuper d'eux en son absence...

« Vous pouvez toujours voyager avec un sortilège », propose Domitille, étonnée que son amie sorcière n'y ait pas déjà pensé.

Drusilla hoche la tête, démoralisée. « Pas de sortilège, hélas. Hier, ma baguette est tombée par erreur dans un des chaudrons et... bref... voilà... elle a explosé... Boum ! répond-elle, tout en accompagnant ses paroles d'un geste des mains.

– Explosée ? », répète avec stupéfaction Domitille.

C'est bien la première fois, au cours de tant d'années de fréquentation de sorcières et de sorciers, qu'elle entend parler de l'explosion d'une baguette magique...

La voyante soupire, hochant légèrement la tête. Dans sa vie, elle n'a pas jamais connu une sorcière plus maladroite que Drusilla... Elle est très intelligente, c'est vrai, mais aussi incroyablement malhabile... Comment fait-elle pour se fourrer dans de tels pétrins ?

« J'achèterai une nouvelle baguette à la Foire, poursuit Drusilla absorbée dans ses pensées. Peut-être un modèle plus récent et un peu plus résistant...

– Oui, bien sûr, c'est une bonne idée », approuve Domitille en soupirant.

Puis, posant son regard sur la malle, sur le balai appuyé dans un angle et sur les trois animaux, elle

demande : « En plus de la malle, réussiras-tu à transporter les animaux sur le balai ?

– Avec la malle, je ne peux en transporter qu’un à la fois, murmure Drusilla.

– Donc, tu devras faire plusieurs voyages. Tu pourrais transporter d’abord la malle et un des animaux, propose la voyante. Puis tu les laisses à la Foire et tu retournes chercher les deux autres animaux. »

Drusilla hoche de nouveau la tête. « Oh non... je ne peux pas laisser la malle sans surveillance ! réplique-t-elle avec vivacité. À l’intérieur, il y a tout mon travail : je ne voudrais vraiment pas qu’il soit perdu ou abîmé. La malle doit toujours rester avec moi, bien en sécurité !

– Alors, tu devras faire trois voyages..., suggère encore Domitille.

– Hélas, ce n’est pas aussi simple. Je ne peux pas laisser Grisou tout seul avec Charbon et je ne peux pas non plus laisser Charbon seul avec Cacao », rappelle la jeune sorcière.

Domitille devient pensive : Grisou, la souris, ne peut pas rester seule avec Charbon le chat. Mais le chien Cacao ne peut pas non plus rester seul avec Charbon...

« Mais bon sang ! Il doit bien y avoir une solution ! s'exclame avec impatience la voyante. Supposons que tu transportes d'abord la souris, Grisou... Charbon et Cacao restent seuls... Ah non... Ces deux-là ne peuvent pas rester tout seuls, cela ne va pas ! Re commençons : disons que tu emportes d'abord le chat Charbon. Grisou et Cacao t'attendront ensemble à la maison et seront sages. Puis, tu iras prendre la souris Grisou, tu l'emmèneras à la Foire et tu le laisseras là-bas...

– Avec Charbon ? ajoute Drusilla dubitative.

– Ah non... Tu as raison, ce n'est pas possible ! s'empresse de corriger Domitille. Reprenons depuis le début... Tu emportes d'abord le chat, Charbon. Puis tu retournes prendre le chien Cacao. Et ensuite, tu laisses Cacao avec Charbon... Oh non, cela non plus, ça ne va pas ! Flûte ! Il n'y a vraiment pas de solution ! »

Êtes-vous d'accord avec Domitille ? Croyez-vous également qu'il n'existe aucune solution ?

La voyante semble sincèrement désolée : elle sait combien la Foire Internationale de la Magie est

importante pour son amie sorcière, elle sait combien elle a travaillé dur pour y participer.

Après quelques instants, Drusilla rompt le silence, soudainement enthousiaste :

« Mais c'est évident ! Tu viens de me donner une idée !

– Vraiment ? s'exclame, surprise, Domitille.

– Bien sûr, tu m'as permis de comprendre exactement où je me trompais ! approuve Domitille avec un sourire reconnaissant. Je crois que j'ai maintenant trouvé la solution !

– Qu'est-ce que c'est ? demande la voyante, hésitante et incrédule.

– Écoute-moi bien, commence Drusilla. Grisou ne peut pas rester seul avec Charbon. Et Charbon ne peut pas rester seul avec Cacao. Donc, je dois emmener Charbon en premier. Je le laisserai à la Foire et je ferai aussitôt demi-tour. C'est clair jusque-là ? »

Domitille hoche machinalement la tête, sans vraiment comprendre où son amie veut en venir.

« Ensuite, je prendrai avec moi Grisou et je l'emmènerai à la Foire. Une fois arrivée, poursuit Drusilla, je le laisserai là mais je reprendrai Charbon

pour que le chat et la souris ne restent pas seuls tous les deux. »

– Tu veux ramener Charbon à la maison ?

– Exactement. Je le ramènerai à la maison et je prendrai avec moi Cacao. Une fois arrivée à la Foire avec Cacao, je le laisserai avec Grisou et je ferai de nouveau demi-tour pour récupérer Charbon. Qu'en penses-tu ? »

Drusilla a un sourire de triomphe.

De son côté, Domitille semble pensive. Mais, après quelques instants de réflexion, elle s'exclame avec enthousiasme : « Tu as raison : ça marche ! Bien sûr, tu devras faire plusieurs voyages allers et retours mais, pour finir, ils seront tous ensemble à la Foire Internationale de la Magie. Et personne ne se sera fait mal ! »

La jeune sorcière approuve avec satisfaction.

« Et alors, je n'aurai plus qu'à préparer mon stand et à faire essayer à tout le monde mes potions, conclut-elle d'un air rêveur.

– Tu devras te souvenir d'acheter une baguette neuve, ajoute en souriant Domitille. Une baguette qui résiste ... aux explosions ! »

Pour en savoir plus

Parfois, il semble qu'un problème soit sans solution, surtout si, comme c'est arrivé à Drusilla, on part avec un peu de découragement et que, dès le départ, on ne croit pas qu'il puisse en exister une. Or, comme nous l'avons vu, souvent, il existe vraiment une solution, même si elle est difficile à trouver.

Si nous réfléchissons de manière erronée, nous pourrions finir par nous convaincre qu'il n'y a pas de solution, même si, peut-être, quelqu'un nous assure qu'elle existe. Dans ce cas, il vaut mieux en discuter ouvertement.

Quand nous exposons notre réflexion à quelqu'un, il peut nous arriver de comprendre de nous-mêmes où cloche notre raisonnement. Parfois, ce sont les autres qui nous font remarquer là où nous avons fait erreur.

Il ne faut pas avoir honte de se tromper vu que tout le monde se trompe de temps en temps (même s'ils ne s'en vantent probablement pas et qu'ils ne viennent pas nous le dire...). L'expression « C'est en se trompant qu'on apprend » est vraiment bien vue ! Et puis, en se confrontant aux autres, on apprend beaucoup de choses.

Mais revenons à notre récit : comment s'est résolu le problème de Drusilla ? Dans ce cas, il faut écarter toutes les options impossibles, comme laisser ensemble le chat et le chien ou bien laisser le chat en compagnie de la souris. Il devient alors évident que le seul animal qui peut être d'abord transporté est le chat.

On peut également progresser en réfléchissant de manière analogue, en cherchant à éviter aussi bien les faux-pas que les choix qui nous ramèneraient à la situation précédente : nous pourrions, par exemple, emmener le chat à la Foire et le ramener aussitôt à la maison mais ce serait inutile.

Il y a différentes sortes de problèmes qui peuvent se résoudre ainsi, en tâtonnant ou en réfléchissant aux différents choix possibles : l'un sera peut-être absolument à écarter, ou bien, entre deux choix légitimes, il y en aura un meilleur que l'autre.

Le problème se complique quand il y a de nombreux choix, sans qu'il soit vraiment évident que l'un soit meilleur que l'autre : par exemple, un joueur d'échecs doit seulement choisir les meilleurs coups... et ça, c'est bien difficile !



À CHAQUE BOITE SON ÉTIQUETTE

Réussirez-vous à découvrir le contenu de trois paquets de muffins, en sachant que les étiquettes qui les accompagnent sont fausses et que vous ne pouvez en ouvrir qu'une seule ?

« C'est le paradis ici ! », s'exclame Alice folle de joie, sans réussir à détacher son regard du sac à poche avec lequel une jeune apprentie pâtissière est en train de remplir de crème des petits fonds de pâte feuilletée.

La fillette en a l'eau à la bouche. Comme elle, ses camarades regardent avec gourmandise les fruits secs ou confits, les crèmes aux couleurs et de goûts variés, les décorations en sucre et les biscuits à peine sortis du four.

Les élèves de la classe de CM2 A visitent le laboratoire de la plus vieille pâtisserie de la ville, *Les Trois Meringues*. C'est Monsieur Pralin en personne, le propriétaire, qui leur sert de guide : c'est un homme âgé et patient qui a beaucoup d'histoires et d'anecdotes à raconter.

Monsieur Pralin est l'arrière-petit-fils du fondateur des *Trois Meringues* et il est devenu pâtissier à son tour. Comme chacun, dans sa famille. Avec orgueil, il explique aux enfants que le nom de la pâtisserie vient d'une habitude de son arrière-grand-père : préparer chaque dimanche trois meringues personnalisées pour ses trois filles. Il raconte également comment les instruments utilisés en pâtisserie ont changé au fil du temps, devenant toujours plus technologiques.

« Même si, ajoute-t-il fièrement, aucune machine, aussi avancée et précise soit-elle, ne pourra jamais remplacer le savoir-faire et l'imagination d'un vrai pâtissier ! »

Les enfants l'écoutent, ravis, enivrés par l'odeur des gâteaux, enchantés par la vision des brioches, tartes et pâtisseries en tout genre. Oui, Alice a bien raison : le laboratoire des *Trois Meringues* est ce qui ressemble le plus au paradis !

La visite est presque terminée. Monsieur Pralin s'apprête à dire aurevoir aux enfants lorsque l'un d'eux, Mattéo, lève timidement la main.

« Monsieur Pralin..., commence-t-il avec hésitation. Avant de partir, pourrais-je goûter une pâtisserie, s'il vous plaît ?

– Moi aussi ! lui fait écho Fabrice avec enthousiasme, en s'empressant d'ajouter : Rien qu'une seule... s'il vous plaît ! »

Monsieur Pralin sourit avec bienveillance.

« Mais bien entendu ! Je dirai même mieux, annonce-t-il. Là, sur le comptoir de la pâtisserie, il y a déjà des sachets tout prêts avec un goûter. Un pour chacun d'entre vous. Et pour chacun de vos professeurs, bien entendu. Mais si vous voulez les avoir, vous allez devoir résoudre une petite devinette. »

Les enfants accueillent cette nouvelle avec étonnement et enthousiasme, se mettant à pousser des cris de joie et d'impatience.

« Voyons les enfants, poursuit Monsieur Pralin. Comment vous débrouillez-vous avec les devinettes ? »

En un chœur désordonné, les voix des enfants se mêlent et se superposent en une suite de :

« Très bien !

– Bof...

– J’adore les énigmes !

– Comme-ci, comme-ça !

– Je suis un champion !

– Oh non !!! Je déteste ça ! »

Monsieur Pralin se remet à rire. Il est évident qu’il s’amuse beaucoup à discuter avec la classe de CM2 A.

« Alors, voulez-vous essayer de résoudre l’énigme que je tiens en réserve pour vous ? », demande-t-il provoquant une immédiate et bruyante pluie de : « Oui ! ».

« Bien, suivez-moi ! », ajoute-t-il, sans cesser de rire.

Le pâtissier accompagne les enfants dans une pièce contiguë au laboratoire, pleine de boîtes de gâteaux déjà préparées, de papier d’emballage avec le logo doré des *Trois Meringues* et de rubans

brillants prêts à être utilisés, puis commence à farfouiller dans le contenu d'une étagère. Les enfants, impatients et curieux, retiennent leur souffle.

Soudain, Monsieur Pralin se retourne, tenant un plateau puis le déposant sur une table, juste devant le groupe d'enfants. Sur le plateau, il y a trois charmants paquets rectangulaires, grands comme la paume d'une main. Les boîtes sont blanches, ornées de l'inimitable logo de la pâtisserie et sont fermées par un beau ruban rouge accompagné d'une étiquette. Les enfants les regardent avec attention et un brin de suspicion.

« Bien, commence Monsieur Pralin d'un air solennel. Comme vous le voyez, voici trois paquets. Dans chacun d'entre eux, il y a deux muffins. Les muffins peuvent être à la vanille ou au citron. Mais il y a un problème : toutes les étiquettes qui accompagnent ces paquets sont fausses. Quelqu'un d'un peu étourdi les a mélangées par erreur.

– Oh ! Qui a fait ça ? », demande spontanément David inquiet, recevant pour toute réponse un chœur de « Chut ! », de « Silence ! » et de « Tais-toi ! ».

Monsieur Pralin sourit.

« Peu importe qui c'est, réplique-t-il, parce que je suis sûr que vous allez tout arranger et que vous parviendrez à comprendre ce que contient vraiment chaque paquet. Et si vous réussissez avant midi, ajoute-t-il en jetant un coup d'œil furtif à l'horloge accrochée au mur et qui indique 11 h 45, je vous promets que les sacs avec les goûters seront à vous. »

Un « Oh ! » de stupeur et d'euphorie traverse aussitôt le groupe d'enfants, tandis que grandit l'excitation.

« Nous devons donc deviner ce que contiennent les trois paquets ? demande Alice, tournant son regard sur la table et sur les trois élégantes boîtes posées sur le plateau.

– Exactement, acquiesce Monsieur Pralin, mais vous devez respecter les règles que je vais vous donner. »

Les enfants se mettent immédiatement en silence, prêts à l'écouter.

« Comme je vous l'ai dit, il y a deux muffins dans chaque boîte. Ils peuvent être au citron ou à la vanille mais leur apparence est identique. Pour savoir s'il s'agit d'un muffin au citron ou d'un muffin à la vanille, il faut donc les goûter, explique

avec précision le pâtissier. Vous le voyez, chaque boîte possède une petite étiquette mais l'inscription est fautive. Le contenu de chacune des boîtes ne correspond pas à ce que vous trouverez écrit sur l'étiquette. »

Les enfants hochent la tête, suivant avec attention les propos du pâtissier.

– Les trois inscriptions sont : “Vanille & Vanille”, “Citron & Citron”, “Vanille & Citron”, poursuit Monsieur Pralin. Votre mission est de découvrir où se trouvent réellement les deux muffins à la vanille, où sont les deux muffins au citron et enfin, quelle est la boîte avec le mélange vanille et citron. Mais pour y parvenir, vous ne pouvez ouvrir qu'une seule boîte et ne goûter qu'un seul des muffins qui se trouvent à l'intérieur.

– Seulement un ?!? s'exclame Victor déçu. Et comment va-t-on faire ?

– C'est faisable, ne t'inquiète pas ! À vous de comprendre comment, réplique aussitôt Monsieur Pralin en lui adressant un sourire encourageant. Si vous voulez vraiment gagner votre récompense, vous devez résoudre ce problème sans l'aide des adultes ici présents. Avant midi. C'est clair ? »

Les enfants acquiescent de nouveau, impatients de commencer l'épreuve.

« Bien ! Bonne chance ! conclut le pâtissier en cédant sa place et en laissant le groupe se rassembler autour de la table.

– Ok, commence Mattéo en observant les trois boîtes. Ouvrons-en une et voyons ce qu'il y a dedans. Comme ça, nous saurons ce qu'il y a dans les autres, par élimination. »

Ses camarades se regardent les uns les autres, hésitants.

« Attends, répond Stella. Sommes-nous sûrs que si nous ouvrons une boîte au hasard, nous saurons ensuite ce qu'il y a dans les autres ?

– Voyons..., murmure David. Si nous ouvrons la boîte "Vanille & Vanille", nous serons certains que les muffins qu'ils contiennent ne sont pas tous les deux à la vanille puisque Monsieur Pralin nous a dit que les étiquettes ont été mélangées. Donc, nous pourrions trouver ou "Vanille & Citron" ou "Citron & Citron".

– C'est vrai. Mais nous ne pourrions goûter qu'à un muffin..., réfléchit Alice. Comme ferons-nous pour être sûrs que ce soit "Vanille & Citron" ou "Citron & Citron" ?

– Eh bien... si nous goûtons un muffin et que nous rendons compte qu’il est à la vanille, c’est bon ! réplique, enhardi, Fabrice. Nous saurons avec certitude que la boîte est celle où il y a un mélange. Quant aux deux autres, nous les reconnâtrons par élimination...

– Tu as raison, se réjouit Victor. À ce moment-là, il ne nous restera plus que la boîte “Citron & Citron” et la boîte “Vanille & Vanille”, mais nous savons avec certitude que dans chacune d’entre elles, il y a des muffins identiques. Cependant, la boîte “Citron & Citron” ne peut pas contenir deux muffins au citron, puisque l’étiquette est fausse ; elle contient donc forcément deux muffins à la vanille...

– Stop, attends un peu ! l’interrompt Mattéo, sceptique. Et si, quand nous aurons goûté, nous trouvons un muffin au citron, que faisons-nous ? On essaie de deviner ?

– Si nous trouvons un muffin au citron..., réfléchit Fabrice en hésitant. Effectivement, si nous trouvons un muffin au citron, nous aurons toujours un doute...

– Zut ! Donc, comme ça, cela ne marche pas..., soupire David déçu. Dommage...

– C’est vrai, ça ne marche pas ainsi..., réplique Sophie. Mais on ne doit pas se laisser abattre : Monsieur Pralin a dit qu’il y a une solution. Et il nous reste encore un peu de temps pour la trouver, non ? »

D’après vous, quelle stratégie adopter pour connaître avec certitude le contenu des trois boîtes ?

Les enfants restent en silence pendant quelques minutes. Puis, Stella sort de son sac-à-dos un petit carnet et un crayon à papier.

« Qu’est-ce que tu fais ? demande Mattéo intrigué.

– Je commence à m’embrouiller, j’ai besoin d’un papier et d’un crayon pour noter les combinaisons, s’explique-t-elle avec sourire timide.

– Juste avant, notre problème était la boîte mixte, dit Sophie comme si elle réfléchissait à haute voix. Comment ferons-nous pour savoir si la boîte est mixte ou pas, si nous ne pouvons goûter qu’à un seul des deux muffins ? »

Les autres enfants opinent, l’air pensif. Chacun est concentré sur la résolution du problème : la perspective de pouvoir déguster un délicieux goûter

préparé par la pâtisserie des *Trois Meringues* est vraiment alléchante...

Soudain, Stella semble sursauter.

« Les amis, il y a une manière pour savoir avec certitude que la boîte que nous allons ouvrir n'est pas mixte ! s'exclame-t-elle.

– Et qu'est-ce que c'est ? objecte David.

– Nous savons que toutes les étiquettes sont fausses, explique Stella avec énergie.

– C'est juste ! lui fait écho Alice en souriant. Si les étiquettes sont fausses, alors il ne peut pas y avoir deux muffins de différents goûts dans la boîte avec l'étiquette "Vanille & Citron", mais il y aura forcément soit deux muffins au citron soit deux muffins à la vanille ! »

Un sourire se dessine aussi sur le visage de Fabrice.

« Mais oui, c'est vrai ! Si nous ouvrons le paquet avec l'étiquette "Vanille & Citron" nous saurons dès le départ que les deux muffins sont identiques. Si nous en essayons un, nous sommes sûrs à 100 % du goût des deux ! À partir de là, nous pouvons aussi savoir ce qu'il y a dans les autres paquets...

– Donc, résume Mattéo, si nous ouvrons le paquet "Vanille & Citron", que nous goûtons un muffin et

que celui-ci est, disons, au citron, nous saurons que la bonne étiquette est en fait “Citron & Citron”. Il ne restera plus que les paquets “Vanille & Vanille” et “Citron & Citron”. Étant donné que les étiquettes sont fausses, le paquet “Vanille & Vanille” ne contient pas deux muffins à la vanille et celui indiqué “Citron & Citron” ne contient pas deux muffins au citron. Et de toute façon, nous aurons déjà trouvé ceux au citron.

– Donc, par élimination, le paquet “Vanille & Vanille” devra être mixte, alors que celui “Citron & Citron” devra, en fait, contenir deux muffins à la vanille, conclut Victor triomphant.

– Si, au contraire, quand nous goûtons le muffin, nous nous rendons compte qu’il est à la vanille, alors la boîte que nous avons ouverte est à coup sûr “Vanille & Vanille”. La suite du raisonnement est la même : il suffit d’échanger les mots Vanille et Citron ! conclut Sophie satisfaite.

– Qu’en dites-vous ? On ouvre le paquet “Vanille & Citron” ? propose Fabrice avec un sourire malicieux.

– Oui ! s’exclament en chœur les autres enfants.

– Est-ce que je peux goûter ? Ou au moins en avoir un petit morceau ? », demande David l'eau à la bouche.

Ses camarades se mettent à rire, amusés et satisfaits. Ils sont prêts à mettre en application leur stratégie et à profiter d'un délicieux *Happy End*.

C'est ainsi que les élèves de CM2 A peuvent finalement déguster le bon goûter préparé pour eux par la célèbre pâtisserie *Les Trois Meringues*.

Pour en savoir plus

Dans cette énigme, un aspect particulier du raisonnement des enfants nous frappe : il y a deux éventualités différentes à considérer mais les élèves de la CM2 A se concentrent sur la première pour ensuite se convaincre que le raisonnement fonctionne de la même manière également en ce qui concerne la seconde.

*Eh bien, les mathématiciens, eux aussi, agissent souvent de la sorte, afin d'écourter et d'accélérer la solution d'un problème. Par exemple, un mathématicien dirait : supposons **sans perte de généralité**, que le muffin goûté soit au citron. Dans le cas contraire, cela ne change rien, **il suffit***

d'échanger la vanille avec le citron et le résultat sera le même.

Par chance, dans notre récit, le problème est parfaitement symétrique et l'échange peut se faire sans difficulté. En effet, en vue de la résolution de l'énigme, peu importe les goûts auxquels nous avons affaire : à vrai dire, le récit et le raisonnement fonctionneraient tout aussi bien, avec les goûts fraise et framboise...

Toutefois, pour ne pas être induits en erreur et pour bien se comprendre, il nous faut être vraiment certains que les possibilités restantes, celles qui ne sont pas analysées dans le détail, sont vraiment analogues. Par ailleurs, ces petits raccourcis peuvent passer entre mathématiciens, mais ne cherchez pas à les utiliser avec votre professeur ! Par exemple, si dans un exercice, on vous demande de faire 10 additions, il ne suffit pas de calculer la première somme puis de dire que les autres se font de manière analogue...

À quoi servent les devinettes et les énigmes ? À s'amuser, me direz-vous, à se tester, à apprendre, à entraîner son intelligence... La bonne nouvelle est qu'il ne faut pas obligatoirement les résoudre tout seul. La plupart des énigmes et des devinettes sont plutôt difficiles lorsqu'on a peu d'expérience.

Parfois cependant, il suffit d'une minuscule suggestion pour trouver la bonne piste...

Bien souvent, face à une énigme ou à une devinette difficile, on a tendance à se décourager et à s'avouer vaincu. En fait, la meilleure chose à faire serait de dialoguer avec la personne qui pose la devinette, de se faire donner un indice ou se laisser guider pour parvenir ensuite (peut-être tout seul) à la solution. Dans tous les cas, le plus important est de comprendre la solution.

Étudier les mathématiques fonctionne de la même manière : au début, on est guidé et aidé. Par ailleurs, avant de résoudre des problèmes mathématiques tout seul, il est utile de comprendre comment d'autres personnes ont résolu des problèmes analogues : quelquefois, on peut adapter tout simplement une stratégie déjà vue et tout devient bien plus simple. Donc maintenant que vous avez vu comment résoudre cette devinette, vous pourrez résoudre seuls des devinettes analogues. Vous serez contents d'apprendre que, dans le monde, il existe certaines grandes entreprises qui, pour tester les personnes souhaitant travailler chez elles, proposent justement des devinettes logiques comme celle que vous venez juste de lire !



L'ANNIVERSAIRE DE MERLIN L'ENCHANTEUR

Il y a beaucoup de monde à la fête d'anniversaire de Merlin l'enchanteur : on s'y salue en se serrant la main. Parmi tous les invités, il y en a au moins deux qui ont serré la main exactement au même nombre de personnes. Sauriez-vous expliquer pourquoi ?

Les douze coups de minuit résonnent dans la salle sombre et silencieuse.

Soudain, comme poussée par une bourrasque, l'imposante porte en bois s'ouvre. Et voici que, sous les majestueux lustres de cristal, des bougies s'allument et se mettent à briller, tandis qu'une musique joyeuse se répand dans l'air.

Les épais tissus qui recouvraient les longues tables du salon s'envolent, découvrant la présence de plats et de boissons en tout genre. Ragoûts, fougasses, gâteaux, biscuits et flans parsèment et colorent de luisantes nappes blanches brodées d'or.

En un clin d'œil, la grande salle silencieuse s'est remplie de lumière et de bruits. Élégants et distingués, les premiers invités font leur apparition sur le seuil, parfaitement à l'heure. La grande fête en l'honneur de Merlin l'enchanteur peut enfin commencer !

À minuit sonnante, l'enchanteur le plus célèbre du monde a eu 850 ans et ses amis, les membres de sa famille et ses collègues sont venus des quatre coins de la Terre pour le fêter. Une fête très privée, réservée au gratin du monde magique et dont on parlera pendant des jours dans les magazines.

Fées et lutins, sorcières et sorciers entrent un après l'autre dans la grande salle décorée pour l'occasion.

Merlin, avec son inimitable et interminable barbe blanche, son chapeau pointu et son manteau de soie bleu qui frôle le sol de marbre, attend ses hôtes à l'entrée, les saluant un à un d'un sourire, de quelques mots et d'une poignée de main.

Près de lui, se trouve son jeune apprenti, Cédric. Un jeune garçon intelligent et doué de pouvoirs magiques mais encore inexpérimenté.

Tout fier, ému et un peu gauche, Cédric observe les invités qui entrent et saluent son maître et fait à chacun d'eux une révérence pleine de respect et d'admiration.

Parmi les invités se trouvent des personnages de renommée internationale dont les noms apparaissent régulièrement dans les quotidiens, les revues et les journaux télévisés magiques. Même si le plus célèbre de tous est, sans l'ombre d'un doute, le roi de la fête.

Tandis que les invités envahissent la salle, Cédric les regarde se réunir par petits groupes et se saluer. Ils échangent des poignées de main parfois chaleureuses, parfois un peu plus froides et convenues, tout en prononçant quelques mots.

Certains invités semblent être des amis de longue date, d'autre se regardent en chien de faïence,

comme si de vieilles rivalités les divisaient. L'ambiance générale est néanmoins détendue, amicale et joyeuse. Tous ont accouru pour fêter l'enchanteur par excellence, qui de son perchoir, regarde autour de lui tout heureux.

La salle est désormais bondée, bourdonnante de vie et de voix.

« Reconnais-tu quelqu'un ? », demande Merlin à son jeune apprenti, en se penchant vers lui.

Cédric opine du chef, enthousiaste et un peu troublé à la vue de tant de personnes célèbres. Pour lui, qui espère pouvoir appartenir un jour au cercle des enchanteurs les plus admirés de la planète, participer à la fête d'anniversaire de Merlin l'Enchanteur est un rêve éveillé.

« Veux-tu que je te présente quelques-unes de tes idoles ? », demande encore Merlin en caressant sa barbe blanche bien garnie.

Cédric écarquille les yeux.

« Oui, bien sûr ! Oui Monsieur ! s'empresse-t-il de répondre, ému et impatient, avant d'ajouter d'un ton presque suppliant : S'il vous plait ! »

L'enchanteur sourit. Derrière les verres de ses lunettes, ses yeux pétillent de plaisir.

« Je vais le faire, je vais le faire, le rassure-t-il. Mais à une condition.

Une condition ? », répète Cédric avec étonnement et inquiétude.

Il connaît bien son maître et sait combien il peut être sévère et exigeant...

« À condition que tu répondes à une question. Juste une, réplique Merlin, en fixant de son regard gris les yeux bleus du garçon. Les récompenses se méritent, ne l'oublie jamais ! »

Cédric acquiesce, prenant un air grave et attentif.

« Et quelle est cette question ? demande-t-il avec crainte.

– Écoute attentivement ce que je vais te dire, commence l'enchanteur en détachant bien chaque parole, comme s'il donnait un cours. Parmi les participants à une fête comme celle-ci, il y a toujours au moins deux personnes qui ont serré la main au même nombre d'invités. Saurais-tu me dire pourquoi ? »

Le garçon le regarde, un peu désorienté.

« Vous dites que vous êtes absolument certain qu'il y a ici deux personnes qui ont serré la main exactement au même nombre de gens ? Et que pour

le savoir, vous n'avez pas besoin de les compter ? demande-t-il, perplexe.

– Oui, je peux dire avec certitude que, parmi tous les invités, il y en a *au moins* deux qui ont serré la main au même nombre de personnes. Et il y en a même peut-être plus que deux... », confirme Merlin.

Puis, après un bref instant, il précise :

« Considère que personne ne peut se serrer soi-même la main. Et que cela ne compte pas si une personne serre à plusieurs reprises la main d'une même personne. Prenons en compte seulement les premiers serrements de mains. Comment fais-je, par conséquent, pour être certain de ce que j'affirme ? »

Et vous, saurez-vous répondre à la question de Merlin l'enchanteur ?

Cédric baisse la tête, tout pensif. Il regarde ensuite autour de lui comme s'il pouvait trouver la solution dans le tumulte qui l'entoure. Sorcières, mages, lutins et fées se pressent dans la salle, bavardent, rient, goûtent aux ragoûts ou aux friandises et dégustent des nectars et du vin. Comment savoir avec certitude qui a serré la main à qui ?

Le jeune garçon réfléchit et réfléchit encore. Lors d'une fête, il peut y avoir des gens qui ont serré la main de toutes les personnes présentes et des personnes qui n'en ont salué que quelques-unes. Et s'il y avait quelqu'un qui n'avait serré la main de personne ? Comment peut-on être sûr qu'au moins deux invités ont serré la main au même nombre de personnes ?

« Tu ne trouveras pas la réponse en regardant autour de toi, le prévient Merlin avec bienveillance. Tu as maintenant toutes les informations qu'il te faut pour résoudre le problème. Tout ce dont tu as besoin est ici, dans ta tête ! »

En disant ces mots, il pose son doigt sur le front du garçon. Cédric lui lance un regard interrogateur.

« Vraiment ? répond-t-il étonné. Cela me semble tellement compliqué... »

Merlin sourit.

« Parfois, pour résoudre un problème qui nous semble trop abstrait, il peut être utile de prendre un exemple concret, suggère-t-il d'un air compréhensif. Tu pourrais penser à des nombres et travailler à partir de ceux-ci. »

Le jeune garçon l'écoute avec attention.

« Je peux imaginer une fête avec un nombre réduit d'invités... », murmure-t-il en hésitant.

L'enchanteur approuve en hochant la tête, l'invitant à poursuivre dans cette voie. « J'imagine une fête avec 10 personnes, continue Cédric en réfléchissant à haute voix. Bien. S'il y a 10 personnes en tout, comment puis-je savoir que deux d'entre elles, ont à coup sûr, salué le même nombre de personnes ? »

Absorbé et concentré, le jeune garçon plisse ses yeux clairs.

« Tu dois peut-être considérer quel nombre minimal et quel nombre maximal de personnes chacun peut avoir salué... », suggère Merlin en restant évasif.

Cédric acquiesce.

« Il pourrait y avoir quelqu'un qui aurait salué tout le monde, dit-il après quelques instants de silence. Donc, s'il y a 10 personnes en tout, il pourrait y en avoir au moins une qui aurait salué les 9 autres personnes.

Mais, ajoute-t-il aussitôt, il pourrait aussi y avoir quelqu'un qui ne salue personne. En ce cas, aucune des autres personnes présentes ne pourrait prétendre avoir salué tout le monde.

– Bien. Comme tu le vois, les deux possibilités que tu as évoquées s'excluent l'une l'autre, note Merlin.

– Oui, confirme Cédric. Donc, si tous les convives ont salué au moins une personne, le nombre de personnes à qui ils ont serré la main va de 1 au minimum à 9 au maximum. En revanche, si quelqu'un n'a salué personne, ce nombre sera compris entre 0 au minimum et 8 au maximum. En effet, dans le deuxième cas, il n'est pas possible que quelqu'un ait serré la main de tout le monde, étant donné qu'un des invités n'a serré la main de personne. »

Merlin sourit, satisfait.

« Bravo jeune homme ! dit-il. Maintenant, il ne reste plus que la dernière étape. Tu as 10 personnes présentes à la fête et un nombre possible de poignées de main qui va de 1 à 9 ou de 0 à 8. »

Cédric opine de nouveau, avec conviction cette fois.

« Ça y est, j'ai compris ! J'ai compris ! s'exclame-t-il. Il y a 9 possibilités pour le nombre de poignées de mains données par une personne, que ce soit de 1 à 9 ou de 0 à 8. Mais il y a 10 invités. Si je dois prendre 10 fois un nombre dans une liste avec 9

nombres, je suis forcé d'en prendre un au moins deux fois ! »

Le jeune garçon sourit.

« Donc, parmi les 10 invités à la fête, il y en a au moins deux qui ont serré la main au même nombre de personnes, conclut-il les yeux brillants de satisfaction. Le raisonnement serait juste même si les invités étaient plus nombreux...

– Tout juste ! le complimente Merlin en lui donnant une tape sur l'épaule. Peu importe le nombre d'invités présents à la fête : le raisonnement fonctionne dans tous les cas de figure. Ou pour être plus précis, il suffit qu'il y ait au moins deux personnes à la fête, ce qui ne manque pas d'arriver dans une fête qui se respecte. Et maintenant... quelles stars du monde magique aimerais-tu que je te présente, Cédric ? »

Pour en savoir plus

La question que Merlin pose à Cédric s'inspire du principe des tiroirs, un sujet classique des mathématiques, qui concerne les répétitions. Sa version de base énonce que, si vous avez plus de choix que d'options possibles, il y aura forcément des répétitions.

Par exemple, imaginons que dans une boîte, il y ait beaucoup de chaussettes, mais seulement de quatre couleurs différentes. Si nous prenons cinq chaussettes au hasard, alors nous prendrons à coup sûr au moins deux chaussettes de la même couleur (même si nous ne pouvons pas savoir par avance de quelle couleur elles seront). Cela signifie également que nous pourrions prendre plus de deux chaussettes de la même couleur ou peut-être deux paires de couleurs différentes.

Une version plus précise du principe des tiroirs fournit aussi des informations sur les issues identiques qu'il est possible d'obtenir.

Par exemple, si, à cinq reprises, nous lançons en l'air une pièce de monnaie, nous aurons au moins 3 issues égales, ce qui signifie que nous obtiendrons au moins 3 fois le même résultat : donc, au moins 3 fois pile ou au moins 3 fois face.

Comment obtient-on ce nombre minimal d'issues identiques ? On divise le nombre donné, soit 5, par le nombre d'issues différentes (dans le cas présent, pile ou face), soit 2. Le quotient obtenu est 2,5. Étant donné que ce n'est pas un chiffre entier, on prend le nombre entier immédiatement supérieur, soit 3.

Pour comprendre ce calcul, il faut bien penser que le plus petit nombre d'issues identiques s'obtient quand les résultats sont aussi équitablement répartis que possible.

*Ainsi par exemple, en lançant une pièce à quatre reprises, **la malchance** serait d'obtenir 2 fois pile et 2 fois face. Si alors nous effectuons un cinquième lancer, nous savons déjà que nous obtiendrons soit pile, soit face. En tout, donc, après cinq lancers nous aurons obtenu au moins 3 fois pile ou au moins 3 fois face : 3 est donc **le nombre optimal** qu'il est possible d'atteindre, en toute circonstances, avec 5 lancers.*

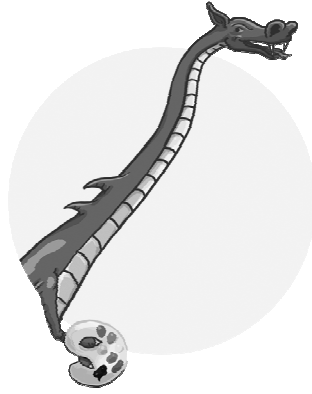
Notez que bien souvent, les mathématiciens, pour comprendre un problème, se concentrent justement sur le pire des cas, étant donné que tous les autres cas que l'on peut considérer peuvent se résoudre de manière analogue, voire plus facilement.

Dans le récit, nous avons également découvert que, pour comprendre et résoudre un problème, il convient de l'illustrer, c'est-à-dire de recourir à un exemple concret.

Par chance, beaucoup de propriétés mathématiques peuvent être comprises à travers des exemples : dans les cas où le raisonnement et la démarche utilisés pour comprendre et résoudre des

cas particuliers nous conduisent à la compréhension et à la résolution du cas général.

Mais attention ! Pour démontrer une propriété générale, il ne suffit pas de prendre un exemple : il faut être en mesure de tirer de cet exemple une règle générale et vérifier (ou se convaincre sans avoir le moindre doute) qu'elle fonctionne toujours.



LES CADRES DÉRANGÉS

Est-il possible de remettre dans le bon ordre une série de tableaux en en échangeant deux à la fois ?

C'est enfin le grand jour : aujourd'hui, c'est le vernissage de la première exposition de Picto ! Le roi et la reine de Valbrûlant l'ont autorisé à exposer ses œuvres dans un très beau couloir du château de Roche-Étincelante. L'exposition durera dix jours. Et si ses travaux reçoivent des commentaires positifs, Picto recevra en récompense le prestigieux titre de « Peintre de cour ».

Le jeune artiste est naturellement nerveux et ému. C'est la première fois dans toute l'histoire du royaume qu'un dragon – car oui ! Picto est un dragon (de taille réduite, il est vrai) – a la possibilité d'obtenir une charge à la cour.

Et quelle charge ! Ce serait un immense honneur, qui remplirait de fierté toute sa famille. Le jeune artiste ne se sent plus de joie !

Le couloir dans lequel se déroule l'exposition est orné d'un très long tapis rouge qui apporte une agréable note colorée. Sur un des deux murs s'ouvrent de grandes fenêtres qui offrent une vue à couper le souffle sur Valbrûlant. Picto a passé toute la matinée à accrocher ses tableaux sur l'autre mur blanc et totalement dépouillé. Après de longs moments de réflexion et de multiples hésitations, il a finalement décidé d'exposer une série de peintures intitulée *De A à Z*. La série comprend toutes les lettres de l'alphabet : chacune d'elles est contenue dans un cadre de petites dimensions qui est aussi le morceau d'un récit imagé. Pour cette raison, il est vital que les lettres soient disposées exactement comme le titre le suggère, de A à Z, en respectant scrupuleusement l'ordre alphabétique.

« Tu es prêt ? Dans une heure, le roi et la reine ordonneront l'ouverture des portes ! », s'exclame

d'une voix aiguë un petit lutin volant, planant au-dessus de la tête du dragon avant de se poser sur l'épaule de celui-ci.

C'est Flash, l'ami de Picto. Le lutin et le dragon ont grandi dans les bois de Valbrûlant et ont joué ensemble depuis qu'ils sont petits. C'est Flash qui, le premier, a décelé le talent artistique du dragon et l'a poussé à se présenter à la cour et à montrer ses œuvres aux souverains.

« Oui, répond Picto en regardant avec satisfaction les tableaux accrochés au mur. Tout me semble en ordre... sauf mon estomac ! »

Tout en parlant ainsi, il passe la main sur son ventre.

« Tu es nerveux, n'est-ce pas ? lui demande Flash d'un ton compréhensif. Sais-tu ce que tu devrais faire ? Tu devrais aller à la cuisine boire une bonne tisane et ensuite te détendre sur un canapé bien confortable. Comme ça, quand les portes s'ouvriront, tu seras en forme, prêt à accueillir les visiteurs ! »

Picto ne semble pas convaincu.

« Je n'ai pas envie de m'éloigner de mes peintures..., murmure-t-il en hochant légèrement la tête.

– Mais que veux-tu qu’il arrive à tes toiles ? », le taquine Flash, en éclatant de rire. Puis, voyant l’expression de gravité empreinte sur le visage de son ami, il le rassure d’un ton joyeux : « Sois tranquille, je resterai ici à surveiller pendant que tu iras boire quelque chose et que tu te reposeras. Promis, tes peintures sont en sécurité ! ».

Avec solennité, le lutin pose sa main sur son cœur. Après quelques instants d’hésitation, Picto pousse un soupir.

« Tu as raison... J’aurais vraiment besoin de me détendre, murmure-t-il comme s’il se parlait à lui-même. Et puis... comme tu restes ici... je sais que je peux me fier à toi ! »

Flash acquiesce en souriant, et recommence à voleter dans le couloir.

« De là-haut, je peux tout surveiller ! s’exclame-t-il. Vas-y et repose-toi ! »

Picto lui adresse un sourire plein de reconnaissance et traverse le couloir en direction des cuisines du château. Le lutin continue à voler joyeusement de-ci, de-là.

Après quelques instants de silence, un ballon roule bruyamment sur le tapis rouge, suivi par les têtes bouclées de deux enfants. C’est le prince Astre

et la princesse Lune, qui courent à perdre haleine dans le couloir, ce qui provoque un grand vacarme !

« Eh, les petits ! Eh ! dit le lutin d'une voix forte, en voletant vers le sol. Ici, on ne peut pas jouer au ballon ! Il y a une exposition, les visiteurs vont bientôt arriver ! »

Les deux enfants s'arrêtent et, en haletant, se retournent pour le regarder.

« Ce n'est pas notre faute..., s'exclame le prince Astre avec un petit sourire malin. C'est le ballon qui s'est échappé.

– Tu sais, c'est un ballon un peu farceur... », ajoute en écho la princesse Lune avec un petit gloussement.

Le lutin sourit à son tour, conquis par ces petites bouilles potelées et sympathiques.

« C'est bon, c'est bon », répond-il.

Puis, récupérant le ballon au sol, il ajoute : « Venez, portons ce coquin de ballon loin d'ici. En avant, marche ! »

Sur ces mots, il quitte en volant le long couloir, en direction de la cour du château, suivi par les deux enfants. L'écho de leurs pas et de leurs voix s'éloigne peu à peu, jusqu'à disparaître.

Dans le couloir désert, règne le silence. Mais soudain voici qu'apparaît une ombre furtive sur le tapis rouge. À pas feutrés mais rapides, la silhouette fait d'incessants va-et-vient dans la pièce. Zut ! Il est en train de décrocher puis de raccrocher les tableaux du mur !

« Eh ! Qu'est-ce que tu fabriques ? Arrête ! crie soudain Flash, revenu en volant dans le couloir. Pas touche à ces tableaux ! »

L'ombre est déconcertée et, après avoir suspendu le dernier cadre au mur, s'apprête à fuir en toute hâte du couloir.

« Carbo, qu'as-tu fait ? », s'exclame le lutin horrifié, en s'apercevant que tous les cadres ont été déplacés et en reconnaissant le coupable.

C'est Carbo, autrefois peintre à la cour, limogé par le roi à cause d'un tableau raté et envoyé à travailler dans les écuries.

« Cette exposition sera un désastre ! s'exclame Carbo avec un sourire moqueur. Le roi en prendra acte, chassera le dragon et moi, je pourrai enfin retrouver ma place !

– Tu sais parfaitement que Picto n'y est pour rien si tu as été mis à la porte ! s'exclame Flash indigné

et furieux. Je dirai à tout le monde que tu as essayé de saboter l'exposition !

Carbo se met à rire.

– Et moi je dirai que ce n'est pas vrai, réplique-t-il. Tu n'as aucune preuve contre moi ! Ce sera ta parole contre la mienne. On aura l'impression que tu es en train d'accuser un innocent dans le seul but d'aider ce peintre sans talent qu'est ton copain... »

Puis, lançant un regard de défi au lutin, Carbo quitte le couloir d'un pas rapide.

Flash, désolé, regarde autour de lui : l'exposition commence dans presque une demi-heure et tous les tableaux sont en désordre ! Que dira Picto quand il découvrira le désastre ? Comment va-t-il réagir ? Cela va lui briser le cœur, voilà ce qui va arriver ! Il n'aura plus jamais confiance en son meilleur ami. Pire encore – Flash frémit en y pensant – il ne voudra sans doute plus être son ami...

Le pauvre lutin ne peut accepter que cela arrive. Il doit trouver une solution, et vite. Mais, hélas, les cadres, même s'ils sont petits, sont bien trop lourds pour être déplacés par une créature aussi frêle que lui... Comment faire ?

À cet instant, une idée lui traverse l'esprit. En un clin d'œil, il vole le long du couloir pour aller on ne

sait où. Quand il revient, quelques minutes plus tard, il est accompagné par le prince Astre et la princesse Lune. Les deux enfants le suivent intrigués et un peu méfiants.

« Je n'ai pas bien compris... Que devons-nous faire ? demande la petite princesse en regardant autour d'elle. Les tableaux sont tous accrochés, exactement comme tout à l'heure... »

– Mais ils ne sont pas dans le bon ordre, explique Flash, l'air grave. Ils ont été déplacés. Et nous avons peu de temps pour les remettre en place.

– Et quel est le bon ordre ? demande le petit prince.

– Sur chaque cadre, il y a une lettre de l'alphabet. Il faut les ranger de A à Z, en partant de la gauche. »

Sur ces mots, il indique une des deux extrémités du couloir, la plus proche de l'entrée.

Les enfants hochent la tête. Ils sont très attachés à Picto et sont prêts à tout pour lui venir en aide.

« D'accord... Par où commence-t-on ? demandent Astre et Lune en regardant tout autour d'eux.

– Bonne question..., murmure le lutin tout pensif.

– Nous pourrions tous les décrocher du mur et ensuite les ranger un par un..., propose Aste en jetant un coup d’œil autour de lui.

– Je ne sais pas trop... Je crains que nous ne fassions beaucoup de désordre..., répond Lune avec perplexité. Nous ne pouvons pas décrocher tous les tableaux et les poser sur le sol, il n’y a pas de place et nous risquons de trébucher... Quant à les appuyer contre le mur, cela serait trop risqué : nous pourrions les heurter avec nos pieds sans le faire exprès pendant que nous essayons de suspendre un autre cadre... Nous ne pouvons pas abîmer les tableaux de Picto ! »

D’après vous, quelle stratégie peuvent adopter Flash, Aste et Lune pour replacer les tableaux dans le bon ordre ?

Aste grogne, contrarié. Puis il se dirige vers la lettre A, qui a échoué au milieu du mur, bien loin de la place qui lui revient.

« Moi, en attendant, je prends cette lettre et je la mets au début ! s’exclame-t-il. Il faut bien commencer quelque part... »

Et, décrochant la lettre A, il l'apporte là où elle aurait dû être, au début de l'alphabet, comme premier tableau de l'exposition. À l'endroit précis où, pour l'instant, trône la lettre G ... quelle confusion !

« Attends, je décroche le tableau avec le G comme ça, je te fais de la place... continue Lune. Quelle serait la bonne position pour le G ? »

Les deux enfants regardent tout autour. Puis ils commencent à compter les lettres.

« Attendez, les interrompt soudain Flash. Il n'y a pas besoin de faire ça. Mettez le G dans l'espace vide, celui qui était occupé juste avant par le A ! »

Les deux enfants le regardent avec un air interrogateur.

« Mais ce n'est pas sa *vraie* place ! objectent en chœur le prince et la princesse.

– Faites comme je vous dis ! leur demande le lutin en voletant autour d'eux. Ensuite, allons chercher le B et mettons-le à droite du A, là où actuellement il y a le P. Et nous allons placer le P dans la place vide, celle qui, avant, était occupée par le B. Et ensuite, allons récupérer le C...

– Donc... Tu proposes d'échanger deux tableaux à la fois ? », demande Lune avec hésitation.

Le lutin acquiesce.

« Tu dis que ça va marcher ? Tu dis que nous serons dans les temps ? demande encore la petite fille.

– Oui, je vous dis que oui, la rassure Flash. Nous ferons les choses de manière ordonnée et nous ne risquerons ni de nous tromper, ni de trébucher sur les tableaux.

– Qu'est-ce qu'on attend ? Mettons-nous au travail ! », s'exclame Astre avec énergie.

Les deux enfants suivent scrupuleusement les instructions de Flash, courant rapidement d'un bout à l'autre du couloir. Ils travaillent comme une équipe bien organisée, sous le regard attentif et inquiet du lutin.

Lettre après lettre, en les échangeant toujours deux par deux, les enfants parviennent à positionner la lettre Y à droite de la lettre X. À ce stade, toutes les lettres de A à Y sont à leur juste place. À droite du Y ne reste plus qu'une seule lettre : le Z, la dernière lettre de l'alphabet qui est exactement là où elle doit être.

« Youpi ! On a réussi ! », se réjouissent en chœur Lune, Astre et Flash.

Le lutin pousse un soupir de soulagement : l'exposition de Picto n'est plus en danger et leur amitié est sauvée elle aussi !

Pour en savoir plus

*Cette histoire est basée sur la **théorie mathématique des permutations**, c'est-à-dire des échanges (ou plutôt des « réarrangements ») d'objets. Les permutations possibles sont très nombreuses, même quand il y a peu d'objets. Il suffit de penser que la manière dont 10 personnes pourraient se placer dans une file est le produit des nombres de 1 à 10 – un produit supérieur à 3 millions ! Et les réarrangements possibles de l'alphabet français sont le produit des nombres de 1 à 26, soit un nombre énorme à 27 chiffres !*

Comment obtient-on ces nombres ? Essayons de l'expliquer à l'aide d'un exemple simple : imaginons de devoir mettre en rang 3 personnes dans une file. Nous avons 3 choix possibles pour occuper la première place.

Une fois que cela est décidé, il reste alors 2 personnes entre lesquelles choisir pour occuper la deuxième place. Cela fait, la dernière personne occupera la troisième place de la file. Si l'on

résume : nous avons un premier choix entre 3 personnes et un deuxième choix entre 2 personnes, pour un total de $3 \times 2 \times 1 = 6$ réarrangements possibles.

*Un élément de base de la théorie des permutations est que chaque réarrangement d'objets peut être obtenu à l'aide de **transpositions**, c'est-à-dire des réarrangements qui échangent la place de deux objets à la fois seulement. En outre, chaque transposition peut être obtenue en échangeant deux objets voisins. Imaginons par exemple que nous voulons échanger le A et le D dans l'alphabet : nous pouvons échanger le A avec le B, puis le A avec le C et pour finir le A avec le D, obtenant ainsi BCDAEFG... Ensuite, nous échangeons le D avec C puis le D avec le B, obtenant ainsi DBCAEFG... exactement comme nous le souhaitions.*

*Un autre élément intéressant des permutations est que les objets sont déplacés en groupes, appelés des **cycles**. Par exemple, si l'institutrice change la place de tous les élèves de la classe, Anna prend la place de Béatrice, Béatrice celle de Claude et Claude prend celle d'Anna : en ce cas, Anna, Béatrice et Claude ont échangé leur place de manière cyclique.*

*Il faut également distinguer les permutations en fonction de leur **parité**. Une permutation est dite paire si on l'obtient en faisant un nombre pair de transpositions, elle est dite impaire si on l'obtient en faisant un nombre impair de transpositions.*

Vous connaissez peut-être le taquin (ou puzzle 15), un casse-tête classique, dans lequel il faut remettre en ordre 15 nombres placés sur une surface carrée de 16 cases. Une de ces cases, située en bas à droite, est vide. Dans ce jeu, par exemple, si on veille à toujours garder la case vide en bas à droite, on ne peut obtenir que la moitié des arrangements possibles des nombres de 1 à 15, étant donné que l'on ne peut faire que des permutations paires...



LES DEUX DÉS

Si vous lancez deux dés classiques à six faces et en additionnez les résultats, quel nombre obtiendrez-vous avec le plus de probabilité ?

« Pfff ! soupire Eddy désolé, en lâchant son crayon sur son cahier. Nous n'arriverons jamais à tout réviser pour demain... »

À côté de lui, Hélène soupire, découragée elle aussi.

« Il y a encore un tas de sujets à réviser... »

Les deux enfants sont en CM1 et sont en train de faire ensemble des révisions pour l'évaluation de mathématiques et de géométrie de demain matin. Mais, plus le temps passe, plus leur moral baisse.

« Voyons combien il reste de pages, dit Hélène en lui prenant le livre des mains et en commençant à le feuilleter.

– Beaucoup trop ! répond Eddy. L'évaluation porte sur presque tout le programme de l'année... Comment allons-nous réussir à tout faire ?

– Avançons et voyons jusqu'où nous arrivons, propose Hélène d'une voix fatiguée, laissant glisser le livre ouvert sur la table.

La page est colorée, remplie de chiffres, de signes et de dessins. En haut, sur la gauche, s'étale le titre *Propriétés de la division*. Les lettres qui le composent sont en majuscules grasses, d'un bel orange vif. Sur la droite, juste à côté du titre, un petit personnage est dessiné : c'est un gnome à la barbe blanche, avec une tunique verte et un beau bonnet pointu, rouge écarlate. Sur la paume de sa main ouverte, sont dessinés les deux points de la division, également écrits en gras et en orange. Le gnome semble vouloir faire un clin d'œil au lecteur. Son nom est Mathématimax et c'est visiblement la petite mascotte du manuel.

« Ils devraient inventer une technique pour mémoriser les choses après les avoir lues seulement une fois..., rêve Eddy. Cela nous ferait gagner beaucoup de temps ! »

Hélène sourit.

« Ou alors, apprendre une fois à faire une opération et ensuite être capable de calculer toutes les opérations du même genre, sans faire d'effort ni d'erreur..., continue le garçonnet tout rêveur. Ce serait bien plus simple...

– Eh oui, acquiesce la fillette. Ce serait tellement bien d'apprendre tout dès la première fois. Dommage qu'une telle technique n'existe pas...

– Peut-être qu'elle existe mais que personne ne nous l'a enseignée... suppose Eddy.

– Si elle existait, elle serait célèbre... tout le monde voudrait la connaître, objecte Hélène. Si personne n'en parle, c'est probablement qu'elle n'existe pas.

– Ou peut-être qu'elle existe mais que c'est un secret ! », murmure une petite voix.

Les deux enfants sursautent, en échangeant un regard inquiet.

« Qui a parlé ? demande Hélène avec une pointe d'inquiétude dans la voix. C'est toi ? »

Eddy fait non de la tête, en regardant autour de lui. Dans la pièce – la salle de séjour de l'appartement où il vit avec sa famille – il n'y a personne d'autre qu'eux. Et la porte qui donne sur le couloir est ouverte.

Un petit rire léger se fait entendre.

Agacé, Eddy se lève et va regarder derrière la porte, pensant que l'un de ses frères est en train de lui faire une blague. Mais il n'y a personne. Le couloir en face est vide.

« Eddy, Eddy... »

Hélène s'est levée d'un bond et, les yeux écarquillés, indique un endroit de la table devant elle.

« Qu'est-ce que ... » Le garçon n'a pas le temps d'achever sa question qu'un frisson lui court dans le dos, l'arrêtant tout net.

Lui aussi a vu quelque chose. Là, sur la table. Quelque chose d'extraordinairement effroyable. Ou d'effroyablement extraordinaire... Un minuscule petit homme, avec un visage rond et souriant et une longue barbe blanche. Ainsi qu'un bonnet pointu et une tunique verte.

« Ma-thé-ma-ti-max ? balbutient les deux enfants stupéfaits, en reconnaissant la mascotte de leur manuel. C'est vraiment toi ?

– En personne, s'exclame le gnome de sa petite voix. Mais, s'il vous plaît, appelez-moi Max. Je n'aime pas les chichis. »

Sur ces mots, il se met debout sur la page du livre et commence à sautiller avec entrain.

« Je ne supportais plus de rester dans cette position sans bouger, explique-t-il. Avec la main ouverte en avant. C'est très désagréable de rester longtemps comme ça, vous savez ? Maintenant, je peux enfin me dégourdir un peu. »

À côté du titre, sur la page consacrée à la propriété non commutative de la division, ne restent plus que les deux points orange vif. Le gnome qui les tenait dans sa main s'est évaporé. Ou plutôt, il a abandonné la page pour sauter, en chair et en os, sur le livre ouvert.

« Tu es réel ? demande Eddy tout en s'approchant avec précaution et en observant l'étrange petit homme barbu.

– Est-ce que j'ai l'air d'être faux ? », réplique le gnome vexé, tout en continuant à sautiller.

Les deux enfants échangent des regards méfiants et prudents. Puis, lentement, ils reviennent s'asseoir à leur place, juste devant Max.

« Tu habites dans le livre ? », demande Hélène à la fois incrédule et intriguée.

Le gnome approuve.

« Vous n'imaginez pas combien c'est ennuyeux... explique-t-il en soupirant. Rester toute la journée sans bouger, à écouter vos jérémiades ! Jamais quelqu'un qui rit ou s'amuse, quand on me regarde ! Pourtant, je suis du genre sympathique... et même très sympathique ! »

Eddy et Hélène se regardent : à eux non plus, il ne leur est jamais arrivé d'ouvrir le manuel avec le sourire aux lèvres...

Max semble deviner leurs pensées.

« Je connais une méthode infailible pour étudier et apprendre rapidement, s'exclame-t-il, un sourire illuminant son visage. Et je peux vous l'apprendre ! Mais seulement si vous jouez un peu avec moi...

– Jouer avec toi ? réplique Eddy. Qu'est-ce que ça signifie ?

– Ça signifie que, si vous voulez mon aide, vous devez me battre à un jeu choisi par moi.

– À un jeu choisi par toi ? répète Hélène. De quel genre de jeu s’agit-il ? »

D’un claquement de doigt, Max fait surgir sur la table un plateau de jeu avec de nombreuses cases colorées. Cela ressemble à une sorte d’énorme jeu de l’oie. Dans un coin du plateau, il y a deux pions ronds, l’un rouge et l’autre bleu, de la taille d’un biscuit, ainsi que deux dés d’aspect très classique, blancs, avec les habituels petits points noirs de 1 à 6.

Les enfants observent la scène bouche bée.

« Celui-ci, c’est le mien ! », s’exclame le gnome en claquant de nouveau les doigt et en faisant bouger le pion rouge. Le pion s’envole en tournoyant et atterrit sur une case jaune, au milieu du plateau de jeu.

« Waouh ! Tu es vraiment un magicien ! », s’exclament en chœur Hélène et Eddy, observant la scène avec un mélange d’étonnement et de curiosité.

Ils se demandent ce que Max garde encore en réserve pour eux...

« Et maintenant, les règles ! annonce le gnome d’un air grave, tout en toussotant pour s’éclaircir la gorge. Comme vous le voyez, sur le plateau, il y a mon pion rouge. De l’autre côté, il y a deux dés et un pion bleu. Le jeu auquel je vous défie consiste en

ceci : vous devez choisir à combien de cases de distance du pion rouge vous allez positionner le pion bleu. Ensuite, vous lancerez les dés et additionnerez les deux résultats, ce qui vous donnera un nombre entre 2 et 12. Si le nombre que vous obtenez correspond à la distance que vous avez choisie, vous aurez gagné. Quant à moi, je serai alors très honoré de devenir votre professeur de révisions et de vous aider à réussir brillamment l'évaluation de demain !

– C'est vrai, ce sont deux dés à 6 faces. Nous devons donc forcément choisir un nombre compris entre 2 et 12, commente Eddy en se caressant le menton.

– Oui, confirme Hélène, qui se prend elle aussi au jeu. Mais nous ne devons pas en choisir un au hasard. N'est-ce pas Max ? Nous devons trouver le nombre qu'il est plus probable d'obtenir que les autres...

– Eh bien, si vous voulez avoir le plus de possibilités de gagner... vous devez bien réfléchir ! répond le gnome d'un air bienveillant. Allez ! Montrez-moi comment vous raisonnez ! »

Si vous étiez à la place d'Eddy et d'Hélène, où placeriez-vous votre pion ?

« D'accord... », murmure Hélène pensive, en faisant nerveusement rouler le crayon entre son pouce et son index.

« Alors, réfléchit Eddy. Commençons par le début : 2 est une somme peu probable, parce qu'elle ne peut venir que de la combinaison de deux 1. Cela vaut aussi pour le 12 qu'on obtient seulement en additionnant deux 6. »

Hélène fait un hochement de tête approbateur, tout en notant des combinaisons sur un post-it jaune.

« Le 3, poursuit le garçon, n'est pas très probable non plus, étant donné qu'on ne peut l'obtenir qu'en faisant la somme de 1 et 2. Il est néanmoins plus probable que 2 et 12 parce que c'est la somme de deux chiffres différents. En lançant les deux dés, je peux obtenir aussi bien $1 + 2$ que $2 + 1$, étant donné que je peux avoir le chiffre 1 et le chiffre 2 aussi bien avec le premier qu'avec le deuxième dé.

– Tu as raison. Maintenant, voyons le 4, intervient Hélène. On l'obtient avec deux 2 ou en faisant la somme de 1 et 3. Le 5 en revanche est le résultat de la somme de 1 et 4, mais aussi de 2 et 3.

– Passons au 6 maintenant, que l'on obtient avec deux 3, de la somme de 5 et 1 et de la somme de 2 et

4, ajoute Eddy. Alors que 7 est la somme de 1 et 6, de 2 et 5 et de 3 et 4. » Le garçon fait une courte pause puis s'exclame : « Waouh ! Il y a un tas de combinaisons possibles ! »

Hélène, concentrée, acquiesce.

« C'est vrai, mais regardons aussi les nombres qui restent, murmure-t-elle. Nous sommes parvenus au 8 qu'on obtient à partir de deux 4, ou en faisant la somme de 2 et 6 ou de 3 et 5.

– Et ensuite, il y a le 9, qu'on obtient en faisant la somme de 3 et 6 ou de 4 et 5, reprend Eddy. Ce qui est peu, comparé au 6, au 7 et au 8.

– Le 10 et le 11 ont également moins de combinaisons, réfléchit Hélène après une courte pause. Le 10 peut être obtenu à partir de deux 5 ou de la somme de 6 et 4. Alors que le 11 l'est seulement de la somme de 5 et 6. »

La fillette note les dernières combinaisons.

« Les chiffres qu'il est donc le plus probable d'obtenir sont le 6, le 7 et le 8 parce que ceux sont eux qui ont le plus de décompositions possibles, conclut Eddy avec un soupir. Lequel va-t-on donc choisir ? »

Hélène reste un moment en silence, observant attentivement son post-it. Puis elle s'exclame en souriant :

« En fait, un de ces chiffres a plus de chance que les autres d'être obtenu ! Regarde, dit-elle en indiquant le post-it. Le 6 comme le 8 ont parmi leurs décompositions la somme de deux chiffres identiques, $3 + 3$ et $4 + 4$. En revanche, le 7 s'obtient seulement avec la somme de deux chiffres différents. On peut donc l'obtenir de six manières : $1 + 6$ et $6 + 1$, $2 + 5$ et $5 + 2$, $3 + 4$ et $4 + 3$.

– Tu as raison ! s'exclame Eddy. Le 7 est le nombre le plus probable ! Pour avoir une plus grande probabilité de gagner, nous devons donc placer notre pion à sept cases de distance de celui de Max.

– Exactement ! confirme Hélène en opinant de la tête.

– Vous êtes vraiment sûrs ? demande le gnome qui les a observés silencieusement pendant tout ce temps.

– Oui ! répondent les enfants d'un ton convaincu.

– Le 7 est à coup sûr le chiffre le plus probable, conclut Hélène. Évidemment, il nous faudrait aussi un peu de chance...

– Très bien, alors maintenant, vous pouvez lancer vos dés, dit Max en faisant voler le pion bleu à sept cases de distance du rouge. Bonne chance ! »

Alors que les enfants s’apprêtent à lancer les dés, le gnome ajoute avec un grand sourire :

« Quel que soit le nombre qui sortira, je pense que je vous aiderai à réviser l’évaluation de demain : vous êtes deux enfants futés et vous m’êtes très sympathiques ! »

Pour en savoir plus

Une propriété de la division nous assure que le quotient d’une division ne change pas si nous multiplions le dividende et le diviseur par un même nombre. C’est-à-dire, par exemple, que $10 : 2$ est la même chose que $20 : 4$. En effet, si on distribue équitablement 10 bonbons entre deux enfants, chacun en obtiendra 5. De même, avec 20 bonbons et 4 enfants (ou 100 bonbons et 20 enfants), chacun en recevra 5.

Quand vous serez plus âgés, vous devrez vous rappeler de cette propriété et vous devrez savoir l’appliquer dans la vie quotidienne. Il n’est pas important de retenir par cœur sa formulation que

vous pourrez toujours aller chercher dans un texte sur la division.

La question mathématique de la probabilité concernant les dés, au cœur de notre récit est très utile pour jouer à certains jeux de société comme le backgammon (appelé parfois le trictrac en français). Même si pour gagner, il faut avoir de la chance aux dés, on peut également « aider » la chance, en raisonnant bien, de manière à augmenter les probabilités de victoire.

Si nous lançons deux dés classiques à six faces (pour bien se comprendre, imaginons que l'un est rouge et que l'autre est bleu) avec des chiffres de 1 à 6, nous avons 36 issues possibles (dans la mesure où avoir un 5 avec le rouge et un 6 avec le bleu n'est pas la même chose que de faire un 5 avec le bleu et un 6 avec le rouge).

Chacune de ces 36 issues a la même probabilité si les dés sont fabriqués correctement et n'ont pas été pipés. En revanche, la somme des deux dés est forcément un nombre entre 2 et 12 qui appartient donc à un ensemble contenant 11 nombres.

Cependant, comme nous avons pu le voir dans le récit, ces nombres ne sont pas tous équiprobables.

Comme le découvrent Eddy et Hélène lorsqu'ils réfléchissent à la devinette de Max, le nombre 12 ne s'obtient que d'une seule façon en tant que somme des résultats des deux dés alors que le chiffre 7 peut s'obtenir de six façons différentes.

Si nous associons à chaque lancer de dés la somme des deux chiffres obtenus, nous avons 36 nombres, étant donné qu'il y a 36 lancers possibles. De cette manière pourtant, certains nombres reviennent plus souvent que d'autres et cela explique pourquoi certaines sommes sont en réalité plus probables que d'autres.

*Par exemple, le 7 revient six fois, étant donné qu'il s'obtient par six lancers différents. Mathématiquement, les sommes appartiennent alors à un **multiensemble** de 36 éléments.*

*Mais un « multiensemble », qu'est-ce que c'est exactement ? Un multiensemble, est une sorte d'ensemble dans lequel les éléments peuvent être répétés. Leur **multiplicité**, c'est-à-dire le nombre de fois où ils apparaissent, est très important.*

La théorie des multiensembles, qui généralise celle des ensembles, est à la fois simple et intéressante.

Par exemple, on peut unir deux multiensembles en prenant tous leurs éléments, un peu comme si on renversait le contenu de deux casseroles différentes dans une seule casserole plus grande.

Ou bien nous pourrions avoir besoin du plus petit multiensemble qui contient deux multiensembles donnés. Cela arrive, par exemple, quand nous n'arrivons pas à nous décider entre deux recettes et que nous considérons les multiensembles de leurs ingrédients. En effet, s'il faut 6 œufs dans la première recette et 4 dans la deuxième, nous n'avons pas besoin d'acheter 10 œufs étant donné que 6 suffiront, quelle que soit la recette que l'on aura choisie.

*Bravo ! Vous êtes parvenus à la fin de ce livre.
Il ne nous reste plus qu'à vous souhaiter bonne
chance dans vos prochaines aventures
mathématiques !*

Sources et bibliographie essentielle

Dans l'avenir, nous envisageons de rassembler des liens utiles pour approfondir les sujets de mathématique abordés dans ce livre et pour en faire connaître de nouveaux qui soient, eux aussi, accessibles à nos jeunes lecteurs.

Pour vous tenir au courant, consultez de temps en temps la page Web :

<https://www.antonellaperucca.net/histoiresfantastiques.html>

Un gâteau pour deux

Cette énigme s'inspire de la théorie des jeux, c'est le plus simple des « problèmes de partage du gâteau », appelé en anglais *Fair Cake-Cutting*.

Hors du labyrinthe

L'énigme est basée sur un résultat de la théorie mathématique des labyrinthes.

Le lutin menteur

Cette devinette est tirée du film *Labyrinthe* (1986).

Le messager curieux

Ce récit est basé sur un élément bien connu de la cryptographie, relatif au problème de l'échange de clés, appelé en anglais *Key-Exchange Problem*.

Un thé dans la bibliothèque

Cette histoire s'inspire d'un exercice classique de mathématiques. Les problèmes de ce genre (les nombres peuvent être facilement modifiés) sont parfois appelés *Hourglass Problem*.

La balance de l'amitié

Le récit est centré sur un classique problème de mathématiques. Il en existe de nombreuses variantes, appelées en anglais *Weighing Puzzle* ou *False Coin Problem*.

Les deux lapins

Le problème posé par Madame Tortue est une adaptation de l'énigme *Bronx versus Brooklyn*, extrait du livre *My best mathematical and logic puzzle* (1994) du vulgarisateur scientifique américain Martin Gardner.

En voyage avec le chien, le chat et la souris

Cette énigme est une réinterprétation du problème classique du loup, de la chèvre et des choux, dont la plus ancienne attestation se trouve dans un manuscrit du IX^e siècle. Ce manuscrit, intitulé *Propositiones ad acuendas juvenes*, est le plus ancien recueil de jeux et d'énigmes mathématiques connu. Il est parfois attribué au philosophe et théologien anglosaxon Alcuin d'York (735-804).

À chaque boîte, son étiquette

L'énigme est une adaptation de la devinette *Apples and Oranges*, utilisée dans les entretiens des entreprises high-tech et citée dans le livre de William Poundstone, *How would you move Mount Fuji ?* (Little Brown & Co., 2003).

L'anniversaire de l'enchanteur Merlin

Ce récit est inspiré d'un problème classique, fondé sur le principe des tiroirs. Il est parfois appelé *Handshake Problem*.

Les cadres dérangés

Le récit est construit sur certaines notions élémentaires de la théorie des permutations.

Les deux dés

La question de Max est inspirée de certaines notions de base de la théorie des probabilités.

Remerciements

Merci à mes étudiants Andreas et Jerry avec lesquels je me suis amusée dans le passé à réfléchir sur toutes sortes de devinettes mathématiques. Merci à Caterina : la parfaite correctrice de brouillons et une amie. Merci à ma maman Adriana de m'avoir donné la passion des mathématiques et de m'avoir toujours soutenue. Merci à mon mari, Fritz, mathématicien lui aussi, pour nos discussions sans fin. À ma fille, Elisa, qui a maintenant quatre ans, je dis : Je suis très fière que tu connaisses déjà le nombre -1 . Qui sait ce que tu vas encore apprendre dans les prochaines années ! Ce livre est aussi pour toi.

Antonella

Merci à Antonella d'avoir partagé avec moi ses idées et ses intuitions, donnant vie à ce projet éditorial commun. Un merci tout spécial aux petites Vittoria et Linda : sans elles, je n'aurais jamais pensé écrire un livre pour enfants ! Vittoria, merci d'avoir testé les énigmes et les devinettes, d'avoir lu ces pages en avant-première et d'avoir partagé avec moi tes impressions et tes remarques. Merci, enfin,

à Gregorio pour les conseils en mathématiques et pour le soutien moral.

Lisa

Merci à Amélie, qui a rendu possible, grâce à son travail, sa disponibilité et sa compétence, la traduction en français de notre livre. Merci à nos amis Ivan et Yannick pour leurs commentaires très utiles. Merci également à notre ami Gabor, qui nous a mis en contact avec Amélie, rendant possible cette fructueuse et précieuse collaboration. Il nous semble opportun de leur dédier l'édition française des *Douze histoires fantastiques*, ainsi qu'à leurs familles, en particulier à nos petits lecteurs Apolline, Constance, Aliénor et Léopold.

Antonella & Lisa