

Antonella Perucca

Lisa Vagnozzi

Dodici storie fantastiche

Enigmi e avventure per piccoli
matematici

Copyright © 2022 Antonella Perucca, Lisa Vagnozzi

Tutti i diritti riservati.

Illustrazioni: HUMAN MADE (Lussemburgo)

ISBN: 9798447660796

INDICE

<i>Prima di cominciare...</i>	I
Una torta per due	1
Fuori dal labirinto	14
Il folletto bugiardo	30
Il messaggero curioso	44
Un tè in biblioteca	61
La bilancia dell'amicizia	72
I due conigli	90
In viaggio con il cane, il gatto e il topolino	102
A ciascuna scatola la sua etichetta	115
Il compleanno di mago Merlino	130
Quadri che non quadrano	142
I due dadi	156
<i>Fonti e bibliografia essenziale</i>	172
<i>Ringraziamenti</i>	176

Prima di cominciare...

Che cos'è la matematica? Se rivolgiamo questa domanda ai bambini che si accingono a leggere questi racconti, probabilmente ci parleranno di tabelline, di esercizi, di operazioni. E, più in generale, di formule da imparare e di regole da applicare. Perché, complice la loro esperienza scolastica, identificano il più delle volte la matematica con un insieme di norme e procedure.

Non è un mistero che per molti, adulti e bambini, la matematica sia la materia “difficile” per eccellenza, quella che “non si capisce” e di cui, forse, non si intravede neppure l'utilità, dato che, al giorno d'oggi, calcolatori e intelligenze artificiali possono fare agevolmente i conti al nostro posto.

Eppure, a ben vedere, la matematica è come un “passe-partout”, una chiave che apre tutte le porte. E, insegnandoci a ragionare e a usare la logica, ci è indirettamente utile anche per risolvere problemi

non strettamente matematici. Ci aiuta ad esempio a prendere decisioni e ci assiste in diversi momenti della nostra vita quotidiana, anche se, molto spesso, non ne siamo consapevoli.

Ma c'è di più: la matematica ci pone davanti a sfide continue, costringendoci a sviluppare e a coltivare qualità nuove. Come, ad esempio, il coraggio di imparare dai nostri errori e di non arrenderci di fronte alle difficoltà. O anche la tenacia di confrontarci con argomenti nuovi e difficili, andando sempre avanti. Si tratta di qualità che, allenate dall'approccio a questa materia, sono sempre utili nella vita.

Probabilmente, molti dei nostri lettori non immaginavano di poter trovare al centro di una serie di racconti fiabeschi dei problemi di matematica con la loro risoluzione. E non pensavano neppure di vederli affrontati come se fossero avventure. E invece è proprio questo il punto: la matematica è davvero un'avventura, ed è anche appassionante, soprattutto se svincolata da performance obbligate e se affrontata insieme, collaborando e scambiandosi idee e suggerimenti.

In queste pagine, i nostri piccoli lettori si troveranno a viaggiare con la fantasia e a ragionare

insieme ai protagonisti dei racconti.

Si tratta di personaggi molto diversi tra loro, buffi e curiosi, tutti accomunati dall'essere chiamati a risolvere dei problemi apparentemente irrisolvibili. Problemi che mettono alla prova la nostra capacità di ragionare e che, nello stesso tempo, hanno risvolti pratici o ci insegnano qualcosa di sorprendente, quasi magico.

Accompagnando i diversi personaggi nelle loro peripezie, i lettori saranno catapultati in situazioni inaspettate, tra torte al cioccolato da condividere, labirinti da cui uscire, quadri fuori posto e clessidre. E, di pagina in pagina, scopriranno non soltanto che ogni problema ha una sua soluzione ma anche che, per trovarla, immaginazione e lavoro di squadra sono fondamentali.

Ognuno di questi dodici racconti pone una piccola sfida, presentando un enigma da risolvere e seguendo i personaggi nei loro tentativi di venirne a capo, tra tentennamenti, false piste e intuizioni risolutive.

A conclusione di ciascuna storia c'è un breve approfondimento "tecnico", per scoprire quali teorie e ambiti della matematica si nascondono dietro all'enigma proposto e alla sua soluzione.

Ci auguriamo che, leggendo questa raccolta di racconti, i nostri piccoli lettori si accorgano che la matematica è ben più vasta ed inclusiva di quanto si tenda comunemente a pensare; e che risolvere un enigma non è solo fonte di grande soddisfazione ma può anche trasformarsi in un'appassionante avventura.

Dodici storie fantastiche



UNA TORTA PER DUE

Come faranno gli gnomi Poldo e Paldo a dividersi una torta in modo equo?

È un caldo pomeriggio di sole e un folto gruppo di bambini gioca a rincorrersi sul prato. L'eco delle loro grida e risate risuona tra gli alberi del parco mentre alcuni adulti, forse i loro genitori, sono impegnati a chiacchierare e a scambiarsi sguardi sorridenti e rilassati. Sull'erba, vicino a loro, ci sono delle ampie tovaglie da picnic, su cui fanno bella mostra di sé vassoi colmi di panini, tramezzini e dolci vari, oltre che bicchieri, stoviglie e piattini.

– Guarda che meraviglia! – esclama Poldo, uno gnomo dalle guance rosse e dalla barba scura, osservando la scena dall’alto di un albero.

Il suo compagno, Paldo, annuisce, continuando a dondolarsi pigramente su un ramo. Sembra stanco e assonnato.

– Oh, guarda quei biscotti... sono al cioccolato, vero? Quanto darei per poterne assaggiare almeno uno! – continua Poldo con l’acquolina in bocca, fissando un vassoietto adagiato sulla tovaglia a quadrettoni.

– Magari, quando andranno via, lasceranno qualche briciola... – replica svogliatamente Paldo, sempre intento a dondolarsi.

– Briciole?!? Ma io non voglio le briciole! Io voglio mangiare quei biscotti! – ribadisce Poldo spazientito, balzando in piedi sul ramo, come se volesse passare all’azione.

Il suo stomaco brontola, altrettanto contrariato.

– Non possiamo farci vedere dagli umani, è troppo pericoloso! – lo ammonisce l’amico, sbadigliando. – Dobbiamo aspettare che se ne vadano. Per forza! –

Poldo torna a sedere sul ramo, continuando a borbottare. D'un tratto...

– Bambini, venite, c'è la torta! – una voce riecheggia tra gli alberi.

Una donna alta e mora sta attraversando il prato e chiamando a sé i bambini. In mano ha una grossa scatola di cartone colorato; la poggia con attenzione su una delle tovaglie da picnic, inginocchiandosi, con il chiaro intento di aprirla.

– Urrà!!! Evviva!!! – esclamano entusiasti i bambini, abbandonando i loro giochi e correndo, disordinatamente e rumorosamente, in direzione della tovaglia.

– Torta? Ha detto proprio *torta*? – Paldo smette improvvisamente di dondolare e, dimenticando sonno e pigrizia, balza in piedi sul ramo, sporgendosi in direzione del prato sottostante per osservare meglio la scena.

Quindi, indicando la scatola di cartone colorato, aggiunge:

– Guarda, Poldo, in quella scatola laggiù deve esserci una vera delizia! –

Ma Poldo, afflitto e di cattivo umore, non reagisce. Mentre lo sciame di bambini vocianti

circonda la donna dai capelli neri, nell'aria si diffonde una canzone un po' stonata – *Tanti auguri a te! Tanti auguri a te!* –, accompagnata da un intenso profumo di cioccolato.

– Lo senti, Poldo? Lo senti questo odorino? – insiste Poldo estasiato, annusando l'aria. – Cosa non darei per assaggiare un po' di quella torta... –

Lo gnomo osserva la scena trasognato. Il profumo di cioccolato si fa via via più intenso e avvolgente.

– Oh sì, adesso lo sento anch'io – replica d'un tratto Poldo, scuotendosi dal suo torpore e annusando a sua volta l'aria. – È delizioso, assolutamente delizioso! –

– Già, non c'è niente di più delizioso di una bella torta di compleanno. Peccato che quei bambini non vi lasceranno neanche le briciole... vedrete! – commenta divertita l'anziana civetta, appollaiata su un ramo vicino.

Troppo impegnati nella contemplazione della festa che si sta svolgendo a poca distanza da loro, i due gnomi non si sono accorti del suo arrivo. La povera civetta è un po' indispettita, perché i giochi dei bambini hanno disturbato il suo riposo pomeridiano.

I bambini si accalcano rumorosi intorno alla scatola colorata, che ora è completamente nascosta dalle loro teste.

– Vi prego, bambini: non mangiatela tutta! – supplicano in coro i due gnomi, sentendosi del tutto impotenti.

– Figuriamoci se ve ne lasceranno un pezzetto! – li canzona la civetta. – Se la papperanno tutta, altroché! –

Come fermare quell'orda di bambini famelici? In cuor loro, Poldo e Paldo sanno che la civetta ha ragione: non resterà neanche una briciola di quella bontà al cioccolato... Rassegnati, continuano a fissare in silenzio l'affollata tovaglia a quadrettoni, con gli stomaci brontolanti e la delusione negli occhi.

Ma, tutt'a un tratto, un rumoroso *crac* squarcia il cielo, facendo sobbalzare i due gnomi. Tutte le teste si sollevano istintivamente verso l'alto e sguardi allarmati e voci concitate prendono a rincorrersi da un punto all'altro del prato.

– Sono tuoni! Sta arrivando un temporale! – dicono gli esseri umani, correndo di qua e di là.

È tutto un confuso e disordinato afferrare di

borse, piatti, bicchieri, tovaglie e pacchi regalo, mentre un secondo *crac*, ancora più forte del primo, rimbomba nell'aria.

Grosse gocce di pioggia cominciano a scendere dal cielo, facendosi via via più fitte.

– Ci mancava solo il temporale... – borbotta Paldo con aria afflitta, tornando a sedersi sul ramo e fissando le nubi scure.

Al di sotto degli alberi, il frenetico viavai degli umani si protrae per un lunghissimo mezzo minuto. Finché, sul prato ormai deserto, non rimane altro che... una grossa scatola di cartone colorato!

– Guarda, Paldo, è la torta! Hanno dimenticato di portare via la torta! – grida Poldo estasiato, indicando il prezioso contenitore che i partecipanti al picnic, nella fretta, hanno lasciato sull'erba.

All'udire quelle parole, il volto di Paldo si illumina di gioia mista a incredulità. Lo gnomo balza nuovamente in piedi, puntando lo sguardo nella direzione indicata da Poldo.

– Forza, andiamo a prenderla! – dichiarano all'unisono, traboccanti di entusiasmo.

Saltando svelti di ramo in ramo, i due gnomi raggiungono il suolo, per poi correre a perdifiato in

direzione di quel profumato bottino al cioccolato. La scatola è grande e sembra anche piuttosto pesante.

Ma, a dispetto delle loro dimensioni, Poldo e Paldo non sono certo tipi da scoraggiarsi! Quanto meno, non di fronte alla prospettiva di gustare una squisita torta al cioccolato...

– Al mio tre! – esclama Poldo afferrando un lato della scatola e lanciando uno sguardo di intesa a Paldo, che se ne sta pronto sul lato opposto. – Uno, due e tre... –

Unendo le forze, i due gnomi sollevano il contenitore e, con rapidi movimenti ben sincronizzati, lo trasportano spediti in direzione del loro ramo.

Adesso che sono di nuovo al riparo e al sicuro, possono finalmente aprire la bella scatola colorata e ammirare l'oggetto dei loro desideri.

– Meravigliosa! – esclamano, deliziati.

Davanti ai loro occhi è apparsa una torta intatta. Il coltello dal manico nero con cui gli umani avrebbero voluto tagliarla è rimasto abbandonato insieme a lei, all'interno della scatola. Perfetto!

– È tutta nostra! – esclama Paldo elettrizzato. – Solo nostra! –

Ma all'esaltazione iniziale si sta gradualmente sostituendo uno stato d'animo diverso...

I due gnomi cominciano a scambiarsi occhiate guardinghe.

– Bene, ma... come la dividiamo? – chiede Poldo, sospettoso.

– Io l'ho vista per primo quando quella donna l'ha portata, quindi a me tocca il pezzo più grosso! – dichiara Paldo, con aria seria.

– Tu l'avrai anche vista quando l'hanno portata, ma sono io che mi sono accorto per primo che gli umani l'avevano dimenticata! – ribatte indispettito Poldo.

– Paldo l'ha vista quando l'hanno portata e Poldo si è accorto che era stata dimenticata: la scelta più saggia sarebbe di dividerla in parti uguali, non trovate? – suggerisce l'anziana civetta, che continua ad osservarli dal suo ramo.

– Sì, certo... – annuisce Paldo, poco convinto. Poi, afferrando il coltello, pronto a tagliare, aggiunge: – Ci penso io! –

– Aspetta un momento – lo trattiene Poldo, prendendolo per il braccio e impossessandosi del coltello. – Se non ti dispiace, lo faccio io! –

– Sentiamo, perché vorresti farlo tu? – ribatte Paldo spazientito.

– Perché sono sicuro che vuoi prendere la parte più grande! – risponde Poldo guardandolo con aria di sfida.

– Non è vero! – replica Paldo alterato. – Sei tu quello che vuole prendere la parte più grande! –

I due cominciano a contendersi la scatola, ciascuno tirandola dalla propria parte, mentre il temporale imperversa, sempre più violento.

– Vi sembra davvero il momento di litigare? – li ammonisce l'anziana civetta scuotendo la testa.

– Lui vuole imbrogliarmi! – accusa allora Poldo, tutto infervorato.

– Sei tu che vuoi imbrogliare me! – ribatte Paldo, offeso.

– Suvvia, siete proprio sicuri che non ci sia una soluzione? – chiede la civetta, con tono calmo.

– No... a meno che non decidiamo a chi tocca fare le parti tirando a sorte... – borbotta Poldo.

– Si può fare, è una proposta interessante. Siete certi che questa soluzione riporterà il sereno tra voi? – li incalza paziente la civetta.

– No, perché non mi fido di lui: se facesse lui le parti, prenderebbe per sé quella più grande! – risponde Paldo dopo qualche istante di esitazione.

– Tu faresti lo stesso! – ribatte Poldo stizzito.

L'anziana civetta sospira. – E se trovassimo una soluzione che accontenti entrambi? – suggerisce.

– Non esiste – dice Poldo.

– Non c'è – gli fa eco Paldo.

Secondo voi esiste una soluzione per accontentare sia Poldo che Paldo?

– Magari invece una soluzione esiste... – continua la civetta. – Che ne dite se Poldo taglia la torta in due parti e poi Paldo sceglie la parte che preferisce? Così, anche se Poldo fa due parti di grandezza diversa, Paldo può scegliere quale prendere. E se Poldo è convinto di fare parti uguali, non è un problema per lui che il primo a scegliere sia Paldo. Insomma, sarete contenti entrambi. Non vi sembra una soluzione ragionevole? –

I due gnomi si guardano per qualche istante, restando in silenzio. In fin dei conti, l'idea dell'anziana civetta sembra risolvere il problema più

urgente: e, cioè, che uno dei due gnomi possa imbrogliare l'altro.

– Va bene allora se taglio io? – chiede infine Poldo, in tono gentile.

– E io scelgo – risponde Paldo rasserenato, annuendo. – Affare fatto! –

E così, sotto lo sguardo compiaciuto della vecchia civetta, i due gnomi si stringono la mano. È finalmente arrivato il momento di gustare la deliziosa torta al cioccolato che tanto hanno desiderato...

Per saperne di più

*In questa storia abbiamo presentato il **problema del taglio della torta**. Bisogna trovare una ripartizione che accontenti entrambi gli gnomi, ponendo fine al loro litigio. La saggia civetta propone che Poldo tagli la torta in due parti e che Paldo scelga quale prendere.*

Così facendo, Paldo non potrà lamentarsi: se le due parti sono della stessa grandezza, avrà avuto giustamente metà della torta; se invece le parti sono una più grande e una più piccola, scegliendo per primo potrà comunque prendere quella più grande.

Neanche Poldo, dal canto suo, potrà lamentarsi: si impegnerà a tagliare due parti della stessa grandezza e, di conseguenza, non sarà importante quale delle due sceglierà Paldo. Notate che la soluzione proposta dalla civetta funzionerebbe anche invertendo i ruoli, se fosse Paldo a tagliare e Poldo a scegliere.

E se ci fossero tre gnomi invece di due a dividersi la torta? In questo caso, sarebbe tutto più difficile, ma esisterebbero comunque delle strategie...

*La **teoria dei giochi** è l'ambito della matematica che si occupa di trovare le strategie migliori per vincere in un gioco.*

*Alcuni giochi sono **equi**, nel senso che tutti i giocatori hanno le stesse possibilità di vittoria.*

Altri giochi, invece, non sono equi: ciò significa che, ad esempio, il primo giocatore può vincere sempre o con maggiore probabilità, se sceglie le mosse giuste. Lo sapevate che nel gioco degli scacchi il giocatore che fa la prima mossa ha statisticamente un vantaggio sul suo avversario?

Se volete mettervi alla prova con un gioco semplice da imparare, magari per investigarne le strategie, provate con il gioco del tris (in inglese, tic-tac-toe): potete esercitarvi sfidando i vostri

amici o giocando con un programma per computer o con una app.

Se siete diventati molto esperti e il tris vi sembra fin troppo facile, provate con Reversi/Othello. E, se amate davvero le sfide, potete sempre cimentarvi con il difficile gioco del Go...

A dispetto del nome, la teoria dei giochi non si occupa solo di giochi! È anche molto utile per affrontare alcuni problemi della vita reale, in tutte quelle situazioni in cui è necessario compiere delle scelte.

Ad esempio, può essere di grande aiuto a chi desideri comprare un oggetto messo all'asta, per capire quale sia l'offerta migliore da fare per ottenere l'oggetto a un buon prezzo. E può anche permettere ad un partito politico di stabilire con chi sia più conveniente allearsi.



FUORI DAL LABIRINTO

Emma è finita in un labirinto: riuscirà a trovare la via d'uscita?

Infastidita da una luce improvvisa, Emma spalanca gli occhi blu. Intorno a lei ci sono delle pareti di pietra grigia, alte fino al soffitto. Il fuoco di una serie di torce illumina con i suoi bagliori crepitanti quello che sembra un lungo corridoio.

La bambina si stropiccia gli occhi, ancora assonnata. Poi torna a guardarsi intorno, smarrita. Non ha idea di dove sia finita, non ricorda di avere

mai visto un posto così. O forse sì, lo ha visto: quel corridoio di pietra, illuminato dalle torce, somiglia tanto a...

– Benvenuta! – una voce cavernosa e un po' roca, alle sue spalle, la fa sussultare.

La bambina si volta e si trova davanti a una grossa porta di legno, delimitata da due statue di pietra.

– Chi ha parlato? – chiede, spaventata.

– Siamo noi. – La voce sembra provenire proprio da una delle due statue.

Nonostante sia di pietra, la sua bocca si muove e i suoi occhi sono incredibilmente espressivi.

Alla bambina sembra di avere di fronte un volto umano. Ma si tratta pur sempre di una statua di pietra, che parla e si muove... Confusa e inquieta, Emma si chiede come sia possibile. E dove sia finita, e come, e perché.

– Siamo i custodi del labirinto di Mythos – aggiunge la seconda statua, come se le leggesse nel pensiero.

– Un labirinto?!? – Emma sgrana gli occhi.

Ma certo, ecco dove ha già visto quel corridoio! Le statue all'ingresso, le torce, le pareti altissime:

era proprio così che il labirinto di Dedalo e Icaro era raffigurato nel libro di mitologia che stava leggendo...

Si trovava nella sua stanza, seduta sul suo letto, con la schiena appoggiata al cuscino e il libro tra le mani. E ora invece è qui, in questo strano posto buio e freddo, a parlare con due grossi pezzi di pietra scolpita...

– Siete statue... parlanti? – chiede, titubante.

– Non siamo delle statue. Siamo delle creature di pietra – precisano i suoi interlocutori, con una punta di risentimento.

Emma annuisce, anche se fa fatica a comprendere la differenza. Ma, d'altro canto, tutto intorno a lei è così strano...

Istintivamente, si incammina in direzione della porta di legno, con l'intenzione di aprirla e di uscire.

– Dove vai? – le chiede una delle creature di pietra.

– Fuori... – risponde la bambina. – Voglio uscire da qui e tornare a casa. –

– Potrai tornare a casa solo se supererai il labirinto. Questo è l'ingresso, non si può uscire da qui – dichiarano con aria perentoria.

– E l’uscita dov’è, allora? – chiede la bambina, sempre più spaventata.

– Da un’altra parte – è la loro risposta. – Per raggiungerla devi attraversare il labirinto. Solo così potrai tornare a casa. È il tuo compito. –

– Il mio compito... – ripete Emma, intimidita. Poi, sgranando gli occhi blu, aggiunge con ansia: – Ma c’è anche il Minotauro, da quelle parti? –

– No, non ci sono mostri qui dentro. Ci sei soltanto tu – replica una delle creature.

– Bada bene – dice l’altra –, il labirinto non ha percorsi circolari. In altre parole, puoi tornare al punto di partenza solo tornando sui tuoi passi. –

– Adesso è il momento, buona fortuna! – annunciano poi all’unisono, congedandosi.

Con uno strano movimento delle pareti, le due creature scompaiono alla vista, come inghiottite dai grossi blocchi di pietra che circondano la porta. Emma si sente sola e sperduta. Si guarda intorno, senza sapere cosa fare. Nel silenzio si sente solo il crepitio delle torce, che proiettano ombre danzanti sulle pareti.

La bambina comincia a muovere qualche passo

incerto lungo il corridoio di pietra, fino ad arrivare al primo bivio.

– E adesso, dove vado? – si chiede sconsolata, guardando prima a destra e poi a sinistra.

I due percorsi sembrano identici, scarsamente illuminati da torce ardenti e ugualmente deserti.

– Come farò a tornare a casa? –

Spaventata, Emma si siede a terra e, nascondendo il viso tra le mani, comincia a piangere.

– Perché piangi, piccolina? – una voce nitida e molto vicina sembra rivolgersi proprio a lei.

La bambina sussulta. Poi solleva la testa, sentendo riaccendersi la speranza. Pensava di essere l'unica prigioniera del labirinto, e invece... Si guarda intorno, smaniosa. Ma non riesce a vedere nessuno.

– Non posso averlo immaginato – mormora tra sé, delusa. – Sono sicura che... –

Ma non fa in tempo a concludere la frase che qualcosa di piccolo le salta sui vestiti, arrampicandosi lungo il suo braccio destro. Istintivamente, Emma lancia un urlo, scuotendo violentemente il braccio avanti e indietro.

– Ehi, ma che modi sono questi? – protesta vivacemente la stessa voce nitida di prima.

Emma si blocca, incredula, e fissa con attenzione un punto davanti a sé. Lì, sul pavimento grigio c'è... c'è un piccolo grillo verde, con una curiosa e minuscola coroncina di alloro poggiata sulla testa.

– Sei tu che parli?!? – gli chiede la bambina, scrutandolo dubbiosa.

– Vedi qualcun altro, oltre a me, da queste parti? – è la risposta del grillo.

– Scusami per poco fa – si affretta a dire Emma.
– Non volevo farti male, davvero! –

– Scuse accettate – sorride il grillo, saltandole di nuovo sul braccio.

Non ci sono dubbi, pensa Emma tra sé, è proprio un grillo, un grillo verde. E parla. Prima le statue di pietra, ora un grillo parlante... questo posto è decisamente molto strano!

– Che bello avere compagnia, iniziavo ad annoiarmi qui – esclama l'insetto.

Sembra di buon umore, nonostante le circostanze.

– Come ti chiami, bambina? –

– Sono Emma, e tu? –

– Mi chiamo Dedalo. –

– Dedalo?!? Come il costruttore del labirinto del

Minotauro? – La bambina strabuzza gli occhi, stupita, ricordando il suo libro di mitologia e le sue letture serali.

– Sì, sono proprio io, il costruttore del labirinto! – dichiara solennemente il grillo.

– Ma tu sei... tu sei un grillo! – replica Emma, scettica.

– Adesso sì, è vero, sono un grillo – ammette Dedalo. – Ma in passato sono stato un grande architetto e un grande inventore. –

– Davvero? E poi cosa ti è successo? – chiede la bambina, incuriosita.

– E poi... poi ho fatto un grosso pasticcio – replica il grillo, avvilito. – Ho fatto arrabbiare la dea Atena. E così... eccomi qui, prigioniero di un labirinto. Costretto a saltellare qui dentro per sempre. –

– Ma è una cosa terribile! – reagisce istintivamente Emma. – Mi dispiace moltissimo!

Poi, dopo qualche istante di silenzio, aggiunge con preoccupazione:

– Questo significa che non c'è modo di uscire da qui? –

– Certo che c'è modo di uscire – le risponde sospirando il grillo. – Solo che io non posso, Atena me lo ha vietato. Se anche uscissi, mi rispiederebbe dentro. Lo ha già fatto, in passato... più di una volta! –

– Capisco... – annuisce la bambina. – Ma che cosa hai fatto di così grave? –

– Sono stato superbo – spiega. – Ho sostenuto di essere la creatura più intelligente mai esistita al mondo. E questo ad Atena non è piaciuto per niente. Sai, gli dei non amano quando gli esseri umani si paragonano a loro... –

– Ma è terribile! – esclama Emma. – Davvero sei stato punito per così poco? –

Poi, riflettendo, soggiunge:

– Un attimo... mi stai dicendo che gli dei dell'Olimpo esistono davvero? –

– *Shhh!!!* Come ti viene in mente di fare una domanda del genere?!? – replica Dedalo allarmato. – Vuoi che puniscano anche te? –

La bambina scuote immediatamente il capo, come per cancellare le parole appena pronunciate.

– Non preoccuparti, comunque, non si sta così male qui dentro – replica il grillo dopo alcuni istanti

di silenzio. Per poi aggiungere, con una punta di soddisfazione: – Non ci sono né gatti, né gechi! –

– Se lo dici tu... – mormora Emma.

Ma non sembra molto convinta. Non vede l'ora di uscire da quello strano posto.

Indicando il bivio davanti a sé, la bambina chiede:

– Dedalo, sapresti mostrarmi la strada giusta per uscire da qui? –

– Sì, certo – conferma il grillo, con l'aria di chi sa tutto.

– Bene! Quindi: da che parte devo andare adesso? – dice la bambina, indicando nuovamente il bivio. – A destra o a sinistra? –

Dedalo sorride con furbizia.

– Ti confiderò un segreto – le dice a bassa voce, come se qualcun altro, oltre ad Emma, potesse ascoltarlo. – C'è una strategia sicura per uscire da qualsiasi labirinto che, come questo, non abbia percorsi circolari. –

La bambina sgrana gli occhi, stupita.

Qual è, secondo voi, la strategia da mettere in atto per uscire dal labirinto?

Il grillo dà un colpetto di tosse, come per schiarirsi la voce.

– Devi tenere sempre il muro di sinistra. E, prima o poi, uscirai – dichiara con aria solenne.

– Sei sicuro? – risponde la bambina, scettica.

– Garantito al 100% – replica con sicurezza Dedalo. – Tieni sempre il contatto con il muro di sinistra, non cambiare mai. Sei pronta? –

La bambina annuisce, speranzosa e, sfiorando con le dita il muro di sinistra, comincia a camminare, con il grillo appollaiato sulla spalla. Cammina, cammina Emma e Dedalo arrivano a un'interruzione della parete. La bambina si ferma, incerta.

– Ora devi girare l'angolo verso sinistra e continuare a seguire il muro di sinistra – la istruisce il grillo. – Avanti! –

La bambina riprende a camminare di buona lena. Poi, dopo alcuni istanti, si ferma improvvisamente: il corridoio che hanno appena imboccato è senza uscita!

– E adesso? – chiede Emma allarmata.

Ma Dedalo, sempre appollaiato sulla sua spalla, non si scompone.

– Alla fine di questo tratto, il muro di sinistra gira verso il piccolo muro che chiude il corridoio: devi continuare a camminare e passare proprio su quello – le spiega con calma. – Poi, come vedi, il piccolo muro gira sull’altro muro del corridoio: devi continuare a seguirlo, tenendolo alla tua sinistra. Di fatto, tornerai sui tuoi passi, ma sul lato opposto da quello da cui sei venuta. –

Emma annuisce e, seguendo scrupolosamente le indicazioni del grillo, supera il vicolo cieco.

– Bene, ora svolta a sinistra – prosegue Dedalo – così imboccherai una strada completamente nuova. –

– Il bello della nostra strategia – aggiunge poi, con una nota di entusiasmo nella voce – è che ci fa attraversare in modo sicuro delle zone del labirinto che non abbiamo ancora esplorato e, un po’ alla volta, ce lo fa visitare tutto. E quindi ci fa trovare anche l’uscita... aspetta e vedrai! –

Seguendo le istruzioni di Dedalo, la bambina prosegue di bivio in bivio e di corridoio in corridoio, con la mano che non si allontana mai dalla parete alla sua sinistra.

E così, dopo avere esplorato un bel po’ del labirinto, Emma e Dedalo intravedono finalmente la luce del varco di uscita. La bambina non sa per

quanto tempo ha camminato, sa soltanto che è stanca e che non vede l'ora di tornare a casa, dai suoi genitori.

– Ci siamo, evviva! – esclama Emma cominciando a correre a perdifiato in direzione dell'uscita.

– Ehi, vai pianino, così mi fai cadere! – protesta il grillo.

Ma la sua voce si è fatta d'un tratto più distante, come un'eco lontana.

– Dedalo? Ci sei? Dove sei finito? – chiede la bambina, tastandosi la spalla con la mano.

Ma, invece del grillo, quello che sente è il fruscio di un lenzuolo.

Spalancando gli occhi, Emma si accorge di essere nella penombra della sua cameretta. Il libro dei miti greci che stava leggendo poco prima di addormentarsi è ancora aperto sull'immagine del labirinto, con le sue statue, le sue pareti altissime e le sue torce.

– Non ci posso credere, è stato tutto un sogno! – mormora tra sé la bambina, prima di cacciare la testa sotto le coperte e tornare a dormire.

Per saperne di più

In questo racconto abbiamo presentato il problema del labirinto. Non sappiamo come sia fatto esattamente il labirinto di cui Emma si ritrova prigioniera, ma abbiamo un'informazione importante: non ci sono percorsi circolari. Ciò significa che si può tornare a uno stesso punto solo ritornando sui propri passi. In questo caso, la strategia proposta dal grillo Dedalo funziona davvero: basta seguire il muro di sinistra.

Per mettere la strategia in pratica potete tenere sempre la mano sinistra sul muro di sinistra mentre camminate. E, per verificare che la strategia funzioni davvero, potete disegnare la mappa di un labirinto su un pezzo di carta e seguire il muro di sinistra con una penna...

Notate che andrebbe bene anche seguire il muro di destra, ma bisogna decidersi una volta per tutte: o si segue sempre il muro di sinistra, o si segue sempre il muro di destra. Inoltre, se l'entrata e l'uscita del labirinto sono tutte e due sul perimetro esterno del labirinto (come spesso succede), la nostra strategia funziona anche nel caso in cui ci siano dei percorsi circolari.

*Gli ambiti della matematica che ci permettono di elaborare una strategia valida per uscire dai labirinti sono la **topologia** e la **teoria dei grafi**.*

*La **topologia** è una versione più astratta della geometria e si occupa di distinguere le forme attraverso alcune loro proprietà essenziali.*

Ad esempio, prendete un normale dado a forma di cubo e fate questo calcolo: contate il numero delle facce, aggiungete il numero di vertici (le “punte” del dado, dove tre facce si incontrano) e togliete il numero di spigoli (i “bordi” del dado, dove due facce si incontrano). Se avete contato bene, il risultato è 2 (6 facce + 8 vertici – 12 spigoli). Fate lo stesso per una piramide che ha un quadrato come base: il risultato è ancora 2 (5 facce + 5 vertici – 8 spigoli).

Se prendete un oggetto, anche molto complesso, e immaginate che la sua superficie sia composta di triangoli, quadrati o altre figure geometriche (come i tasselli bianchi e neri dei vecchi palloni da calcio), la topologia vi assicura che il risultato del calcolo che abbiamo fatto qui sopra sarà sempre 2, purché l’oggetto non abbia buchi che lo attraversano da una parte all’altra.

Nel caso di oggetti con un solo buco che li attraversa, come ad esempio una ciambella o una tazza con un buco per il manico, il risultato sarà sempre 0.

*La **teoria dei grafi**, invece, si occupa dello studio dei grafi, oggetti astratti formati da “nodi” collegati tra loro da “archi”. Un po’ come una rete ferroviaria, dove le stazioni sono i “nodi” e i binari tra due stazioni sono gli “archi”. O come una rete stradale, dove gli incroci sono i “nodi” e le strade sono gli “archi”.*

Nonostante sembri qualcosa di molto astratto, la teoria dei grafi ha applicazioni molto pratiche: ad esempio, permette ai navigatori satellitari di trovare la strada migliore per arrivare a destinazione, e serve a dirigere in maniera efficiente il traffico di dati nella rete internet.

I grafi consentono anche di schematizzare concetti molto diversi da strade e ferrovie, come ad esempio le fasi di un processo o le mosse possibili in una partita a scacchi... In fondo, se ci pensate, ogni scelta è un po’ come un bivio in cui si sceglie la strada da prendere.

Come vedete, la matematica ci aiuta a risolvere tanti problemi pratici. E ci permette persino di uscire dai labirinti!



IL FOLLETTO BUGIARDO

Ci sono due folletti a cui chiedere un'informazione, ma solo uno dei due risponderà in modo sincero. L'altro mentirà. Purtroppo, non possiamo sapere chi sia il bugiardo e possiamo rivolgere un'unica domanda a uno solo dei folletti. Come possiamo formularla per ottenere una risposta che sia utile?

– Ci siamo! – annuncia Corinna, poggiando la mano sulla maniglia di una grossa porta.

– Apri! – la esorta fiducioso Casper.

I due amici sono finalmente arrivati all'ultimo atto dell'esame finale del loro apprendistato. Dietro quella porta c'è, con ogni probabilità, il forziere che contiene i loro diplomi.

Corinna spinge la maniglia, tutta fremente di eccitazione. La stanza che si apre davanti ai loro occhi, piccola e polverosa, sembra una specie di sgabuzzino dimenticato. È in penombra ma, nonostante disordine e semioscurità, Casper e Corinna riescono a scorgere il grosso forziere di ebano che stavano cercando.

– Ci siamo! Evviva! – esultano all'unisono.

Per raggiungere quella stanza hanno dovuto risolvere rompicapi e indovinelli e superare diverse prove di abilità, passando da un indizio all'altro, in una lunga e faticosa caccia al tesoro. Ma ora eccoli lì, vicinissimi alla meta. È sufficiente avvicinarsi e aprire il forziere. Con molta cautela, certo, perché il Gran Maestro potrebbe aver lasciato trappole in giro...

– Accidenti, è chiuso a chiave! – esclama deluso Casper, dopo aver tentato invano di aprirlo.

– E dov'è la chiave? – si chiede confusa Corinna. – Tutti gli indizi puntavano a questa stanza... –

– Significa che anche la chiave è qui, da qualche parte! – conclude Casper guardandosi intorno.

I due ragazzi cominciano a frugare ogni angolo dello sgabuzzino, tra pile di libri, tappeti arrotolati e vecchi arnesi.

Mentre si muovono, spostando gli oggetti e scandagliando la stanza, sollevano nuvole di polvere.

– Scommetto che nessuno ha mai dato una pulita, qua dentro... – si lamenta Casper tossicchiando.

Corinna annuisce, scura in volto. – Mi sembra di cercare un ago in un pagliaio... – recrimina a sua volta.

– Che dici, glielo diciamo? – una vocina stridula e divertita, al di sopra delle loro teste, attira la loro attenzione.

Colti di sorpresa, Casper e Corinna alzano gli occhi.

– Toh, si sono accorti di noi! – commenta una seconda vocina. – Guarda che facce inebetite! Non sembrano molto svegli, a dirla tutta... siamo sicuri che siano davvero riusciti ad arrivare fin qui senza barare? –

In alto, vicino al soffitto, ci sono due creaturine dall'aspetto curioso: visi rotondi, orecchie a punta e berretti rossi. E piccole ali che li tengono sospesi a mezz'aria.

– E voi due chi siete? – chiede Corinna insospettita. – Che ci fate lassù? –

– Siamo la vostra ultima prova! – annuncia uno dei due folletti con un sorrisetto furbo, volando un po' più in basso e puntando i suoi occhietti sul volto confuso della ragazza.

– L'ultima prova?!? – balbetta Casper. – Pensavo che le prove fossero finite... –

– E pensavi male... – lo canzona l'altro folletto, scendendo a sua volta dal soffitto.

– E quale sarebbe, quindi, questa ultima prova? – chiedono sconsolati i due amici.

– Ecco qua! – esclamano i folletti all'unisono, tirando fuori dalle tasche due chiavi quasi identiche, una d'oro e l'altra d'argento.

Poi uno dei folletti lascia cadere tra le mani di Casper una pergamena arrotolata, sigillata con della ceralacca. Il ragazzo la srotola con cura, sotto lo sguardo attento e curioso dell'amica.

– È un messaggio del Gran Maestro! – esclama,
prima di iniziare a leggere ad alta voce.

Cari allievi,

se avete trovato questa pergamena vuol dire che avete superato con successo tutte le prove del vostro esame finale. Ben fatto! Ora tra voi e i vostri diplomi non rimane che un'ultima fatica.

I folletti che avete di fronte, i fratelli Magnus e Mangus, possiedono due chiavi, una d'oro e l'altra d'argento, e vi consegneranno quella che indicherete. Fate attenzione, però: solo una di esse apre il forziere che contiene i diplomi! Per scoprire quale, avete a disposizione un'unica domanda, che potrete porre a uno solo dei due folletti. Solo il folletto interpellato potrà rispondervi. L'altro non potrà né commentare, né correggere la risposta.

Badate bene: ho dato indicazione a uno dei due folletti di rispondere con sincerità alla vostra domanda e all'altro, invece, di mentire. Ma non potete sapere in anticipo chi dei due risponderà in modo sincero e chi mentirà.

Riflettete con attenzione e... buona fortuna!

Il Gran Maestro

Casper e Corinna si scambiano uno sguardo sconfortato, sospirando.

– Ricapitolando... – mormora la ragazza dopo qualche istante. – Abbiamo una sola domanda e possiamo rivolgerla a uno solo dei due folletti. Se sapessimo chi di loro dice la verità, gli potremmo chiedere “*Quale chiave apre il forziere?*”, e sarebbe facile. Solo che non possiamo sapere chi dei due sia il folletto sincero. E se facciamo la stessa domanda al folletto bugiardo, ci mentirà e ci indicherà la chiave sbagliata. –

– E se il folletto bugiardo fosse... che ne so, se fosse in qualche modo riconoscibile? – azzarda il ragazzo fissando lo sguardo sulle due buffe creature sospese a mezz’aria.

– Dici?!? – Corinna punta gli occhi scuri dapprima sui visi rotondi di Magnus e Mangus e poi sui loro corpicini alati e un po’ tozzi.

I folletti restano in silenzio ma, per la prima volta da quando si sono presentati, sono chiaramente preoccupati e un po’ in allarme: che quei due ragazzini vogliano acchiapparli per studiarli?

– A me sembrano del tutto identici... devono essere folletti gemelli! – sbotta Corinna dopo averli osservati attentamente per un po’.

– Sì, sono identici... – concorda Casper con un sospiro. – Comunque, la mia era solo un’ipotesi... Siamo punto e a capo! –

– Già... –

I due amici si siedono sul pavimento polveroso della stanza, afflitti.

– Che fate, vi arrendete? – suggerisce Magnus con malizia.

Corinna alza la testa e lo guarda indispettita.

– Non ci arrendiamo – esclama con fastidio. – Abbiamo solo bisogno di tempo per pensare! –

– Ohhh... hanno bisogno di tempo per pensare... – la canzona Mangus, prendendo a svolazzare divertito per la stanza.

– Sì, abbiamo bisogno di tempo e di silenzio! – ribadisce Casper, rivolgendogli uno sguardo colmo di rimprovero.

– Stai buono, Mangus! – interviene allora Magnus. – Non dobbiamo aiutarli, ma nemmeno ostacolarli! –

Corinna e Casper annuiscono e, ignorando i due folletti, prendono a confabulare tra loro.

– Uno dei due risponderà alla nostra domanda mentendo, ma non sappiamo chi... – riflette la ragazza.

– Quindi la domanda deve tenere conto di questo... – continua il ragazzo. – Non può essere “*Quale chiave apre il forziere?*”, ma nemmeno il suo contrario, e cioè “*Quale chiave non apre il forziere?*” –

– Esatto, domande di questo tipo non vanno bene... – annuisce Corinna, cercando di concentrarsi.

– Se però facciamo una domanda al folletto sincero, lui ci dirà sempre la verità – prosegue Corinna dopo una breve pausa. – Ad esempio, se gli chiedessimo cosa risponderebbe suo fratello alla nostra domanda, sarebbe costretto dalla sua stessa sincerità a ripetere la bugia del fratello... –

– Proprio così – annuisce Casper. – Ma questo... questo vuol dire che possiamo formulare una domanda in modo che entrambi i folletti diano la risposta sbagliata! E quindi, qualunque sia la risposta, noi dovremmo interpretarla al contrario... o no? –

– Hai ragione! – Corinna si illumina.

Anche Casper sorride. La soluzione sembra molto più vicina di quanto pensasse... Ma un pensiero improvviso spegne il suo ottimismo.

– Aspetta un attimo! – esclama agitato. – Tu dici che se chiediamo al folletto sincero cosa risponderebbe il fratello a una domanda, lui ci darà una risposta sbagliata. E se, invece di interrogare il folletto sincero, stessimo interrogando quello bugiardo? Voglio dire, noi non abbiamo modo di sapere chi è chi! –

– Se interroghiamo il bugiardo... – Corinna esita un istante. – Se interroghiamo il bugiardo, sappiamo che, qualunque sia la nostra domanda, ci darà sempre una risposta sbagliata... –

– Sì, sì, è vero! Il folletto bugiardo mentirà sempre – conferma Casper. – Se gli chiedessimo cosa risponderebbe suo fratello alla nostra domanda, replicherebbe con una bugia. –

– Quindi sia il folletto sincero che quello bugiardo ci darebbero entrambi la stessa risposta falsa! –

Come deve essere formulata la domanda, affinché i due folletti diano la medesima risposta falsa?

I folletti continuano a svolazzare sul soffitto, un po' annoiati, mentre Casper e Corinna sono improvvisamente carichi di entusiasmo ed energia, sentendo che la soluzione è ormai a portata di mano.

– Quindi la domanda che dobbiamo porre a uno dei folletti è: *“Cosa ci direbbe tuo fratello se gli chiedessimo qual è la chiave giusta?”* – osserva la ragazza.

– A quel punto, la loro risposta dovrà essere la stessa e sarà... falsa! – continua il ragazzo.

Corinna annuisce. Poi, per assicurarsi di aver trovato la soluzione del problema, prova a fare un esempio concreto:

– Poniamo, quindi, che la chiave giusta sia quella d'oro. Se domandiamo al folletto bugiardo: *“Cosa ci direbbe tuo fratello se gli chiedessimo qual è la chiave giusta?”*, lui cosa risponderà? –

– Il folletto bugiardo – prosegue la ragazza – sa benissimo che il fratello risponderebbe che la chiave giusta è quella d'oro. Ma, essendo un bugiardo, ci mentirà e ci risponderà qualcosa come *“Mio fratello*

direbbe che la chiave giusta è quella d'argento". Se invece poniamo la stessa domanda al folletto sincero, chiedendogli cosa ci direbbe suo fratello, lui, sapendo che il fratello è un bugiardo, ci risponderà con sincerità la stessa cosa: "*Mio fratello direbbe che la chiave giusta è quella d'argento*". –

– E il risultato è che entrambi ci indicheranno la chiave sbagliata! – esclama Casper.

– Quindi, qualsiasi cosa ci rispondano i folletti, noi dobbiamo interpretarla al contrario! – conclude Corinna.

– Evviva, è fatta!!! – esultano i due amici in coro, alzandosi di scatto dal pavimento e cominciando a saltare per la stanza, sotto lo sguardo divertito dei due folletti.

Dopo tanto ragionare e ripensare, Casper e Corinna possono così individuare la chiave giusta, aprire il forziere e mettere le mani sulle preziose pergamene che tanto hanno desiderato. Sono finalmente diventati Giovani Maestri delle Scienze Logiche!

Tuttavia, nonostante il successo ottenuto, non hanno ancora scoperto quale dei due folletti fosse il bugiardo.

Casper è pronto a scommettere che fosse Magnus, mentre Corinna è convinta che fosse Mangus... Ma, ahimè, non hanno modo di esserne certi: a meno che non riprendano a investigare...

Per saperne di più

*In questa storia abbiamo presentato un classico **indovinello logico** che riguarda il vero e il falso. L'indovinello si basa sulla seguente osservazione: riportare esattamente quello che dice un bugiardo fa dire una cosa sbagliata; ma anche riportare in modo scorretto quello che dice una persona sincera fa dire una cosa sbagliata.*

Se vi piacciono gli indovinelli di questo tipo, ne trovate davvero tanti su internet, spesso anche con le soluzioni. Ad esempio, per mettervi alla prova, potete cercare quelli che riguardano un'isola abitata da cavalieri e furfanti...

*La **logica** è la parte della matematica che ci aiuta a capire come comporre delle frasi per ottenere un'affermazione vera o falsa.*

Ad esempio, possiamo negare con la parola "non": negare un'affermazione vera produce una

bugia, mentre negare un'affermazione falsa porta ad un'affermazione corretta.

*Se io dico “In questa storia **non** ci sono dei folletti” mento, mentre se dico “In questa storia **non** ci sono delle fate” sto dicendo la verità. Se metto insieme due affermazioni vere unendole con la congiunzione “e”, dico la verità: ad esempio, “Ci sono dei folletti **e** delle chiavi”. Se faccio lo stesso con due affermazioni false, ho detto una bugia: ad esempio, “Ci sono delle fate **e** degli elefanti”. Tuttavia, se affermo una cosa vera e una falsa – ad esempio, “In questa storia ci sono dei folletti **e** delle fate” – in totale sto dicendo il falso.*

*Se lascio scegliere tra due cose vere usando la congiunzione “o”, faccio un'affermazione vera: ad esempio, “Ci sono dei folletti **o** delle chiavi”. Se lascio scegliere tra due cose false, faccio un'affermazione falsa: ad esempio, “Ci sono delle fate **o** degli elefanti”. Se lascio scegliere tra una cosa vera e una cosa falsa, faccio un'affermazione vera: ad esempio, “Ci sono dei folletti **o** delle fate”.*

*A volte, quando pongo un'alternativa, posso specificare che accetto una e una sola delle due possibilità che propongo: ad esempio, potrei dire che “In questa storia ci sono dei folletti **o** delle*

chiavi, **ma non entrambi**". E, nel caso specifico, starei facendo un'affermazione falsa...

La logica ci insegna anche a dedurre un'affermazione da un'altra affermazione (attraverso le implicazioni, le cosiddette **deduzioni logiche**). Ad esempio, se io affermo che mi piacciono tutti gli animali, allora è certo che mi piacciono i cani... infatti, non può essere che non mi piacciono i cani e che, allo stesso tempo, mi piacciono tutti gli animali. E si potrebbe andare avanti con gli esempi ancora a lungo...

Ricordate: la logica è fondamentale per tutte le scienze e in tutte le situazioni in cui è necessario saper ragionare; ed è anche alla base del funzionamento di qualunque computer, tablet o smartphone. È letteralmente ovunque!



IL MESSAGGERO CURIOSO

Immaginate di scambiare delle lettere con un amico o un'amica e di scoprire che il messaggero incaricato di recapitarle le legge... cosa fareste per impedirlo?

Nel castello di Bach è un giorno di festa. Il principe Edmondo e la principessa Cunegonda celebrano il loro fidanzamento insieme ai loro amati genitori, i sovrani di Bach e i sovrani di Boch, e ad amici e parenti. Da ogni angolo dei due regni sono

sopraggiunti nobildonne e gentiluomini, per festeggiare la giovane coppia.

I regni di Bach e di Boch sono vicini l'uno all'altro e hanno sempre vissuto in pace e concordia. Per questo, la notizia del fidanzamento del principe Edmondo di Bach e della principessa Cunegonda di Boch è stata accolta con grande gioia da tutti.

Tra un ballo e l'altro, nel turbine dei festeggiamenti, la giovane coppia di fidanzati riesce finalmente a trovare un momento di tranquillità nel lussureggiante giardino del castello.

– Oh, sono così stanca! – esclama sorridendo la principessa, a cui fanno male i piedi dal tanto danzare.

– Anche io! – le fa eco il principe. – Non sono abituato a tutte queste piroette! –

I due giovani ridono, seduti su una panchina di pietra.

– C'è una cosa che volevo chiederti... – esordisce ad un tratto Edmondo, esitante.

– Cosa? –

Cunegonda lo guarda con i grandi occhi castani.

– Le ultime lettere che mi hai scritto... – continua il principe. – Ebbene, la ceralacca con il tuo sigillo... sembrava manomessa... –

– Come se qualcuno l’avesse aperta e avesse poi cercato di risistemarla? – suggerisce la principessa, facendosi seria in volto.

– Sì, proprio così... –

– È successo anche a me... – confessa la principessa con un sospiro. – L’ultima volta che ho ricevuto una tua lettera, mancava persino un pezzettino di ceralacca... –

– Quindi, qualcuno ha aperto le nostre lettere? – ipotizza il principe, più stupito che infuriato.

– Già... e più di una volta – ammette la principessa, annuendo.

– Ma chi mai potrebbe avere interesse a leggere i nostri messaggi? – si chiede Edmondo pensieroso. – Non sono certo segreti di Stato... –

Sul viso di Cunegonda si dipinge un sorriso.

– Credo proprio di sapere chi è stato... – sussurra.

Il principe Edmondo la guarda incuriosito, impaziente di ascoltare le sue rivelazioni.

– Nell’ultima lettera che ho ricevuto – spiega la principessa puntando i grandi occhi scuri in quelli

verdi del suo fidanzato – non mancava soltanto un pezzettino del sigillo: sulla busta c'erano delle impronte... delle appiccicose impronte di miele... –

Il principe Edmondo spalanca gli occhi per lo stupore.

– Orsomondo?!? – esclama incredulo.

La principessa annuisce.

– Ma perché mai dovrebbe... – mormora Edmondo dubbioso.

Il suo fidato messaggero reale, accusato di manomettere e leggere le sue lettere?

– Perché è un curiosone... ecco cos'è! – risponde la principessa. – E forse si annoia a fare sempre avanti e indietro tra il castello di Bach e il castello di Boch. Probabilmente, per lui la lettura delle nostre lettere è... un diversivo! –

– Sì, ma la noia non è una giustificazione valida. Quello che fa non è giusto! –

– Sono d'accordo con te – acconsente la principessa con aria seria. – Per questo, nonostante la sua simpatia e il suo buon cuore, Orsomondo merita una piccola lezione... –

– Che cosa intendi fare? – chiede Edmondo incuriosito.

– Oltre al solito scrigno, questa volta utilizzeremo anche i nostri lucchetti! – risponde Cunegonda, sorridendo con astuzia.

Il principe le rivolge uno sguardo interrogativo.

– I nostri lucchetti?!? – ripete, perplesso.

– Proprio così: i nostri lucchetti personali. Ho un piano! – annuncia Cunegonda con tono sicuro. E, avvicinando il viso a quello del principe, comincia a parlargli fittamente all’orecchio.

Di tanto in tanto, Edmondo replica qualcosa, sempre a bassa voce. Continuano a confabulare per alcuni minuti, fino a quando il principe esclama: – Bene, allora faremo proprio così! –

E, prendendo la mano della fidanzata nella sua, si avvia sorridendo verso la sala da ballo del castello.

Cunegonda ed Edmondo vogliono impedire al messaggero curioso di leggere le loro lettere. Ciascuno dei due possiede un lucchetto personale e dispone anche dell’unica chiave che lo apre: qual è, secondo voi, il loro piano?

Due giorni dopo la festa di fidanzamento, il messaggero Orsomondo viene convocato di buon'ora dal principe Edmondo, nella Sala Azzurra del castello di Bach.

– Orsomondo, ho un compito per te – dice il principe sorridente, mentre il corpulento messaggero entra nella stanza e gli rivolge un inchino.

Porgendogli un piccolo scrigno d'oro, Edmondo continua:

– Ti chiedo di portare questo scrigno alla principessa Cunegonda, al castello di Boch. Immediatamente! –

Orsomondo osserva perplesso il contenitore, così piccolo da stargli tutto sul palmo della mano. È sempre il solito scrigno e il messaggero è certo che, come al solito, contenga una lettera per la principessa.

Solo che, per la prima volta, uno dei due anelli della serratura è chiuso con un lucchetto, su cui è inciso lo stemma della casa reale di Bach. Chissà come mai...

– Bene, adesso vai! – lo esorta il principe.

Il messaggero annuisce, si inchina ed esce frettolosamente dalla stanza. Edmondo lo osserva

allontanarsi e un sorriso malizioso fa capolino sul suo volto.

Nel frattempo, Orsomondo si avvia svelto fuori dal castello. Prima di infilare lo scrigno nella sua capiente borsa da viaggio, gli dà ancora un'occhiata: nonostante il lucchetto sia apposto a uno solo dei due anelli dell'apertura, il contenitore è chiuso in modo ermetico.

Sospirando di delusione, il messaggero si incammina di buona lena verso il castello di Boch.

Conosce bene quel tragitto, dato che da mesi, ormai, lo percorre diverse volte a settimana. Nonostante una fastidiosa pioggerellina autunnale, in meno di due ore raggiunge le alte mura di pietra.

– Un messaggio del principe Edmondo per la principessa Cunegonda! – grida rivolto al guardiano del ponte levatoio.

Il ponte viene calato e Orsomondo viene accolto dentro le mura del castello. Questa volta, però, al messaggero non viene chiesto, come al solito, di consegnare lo scrigno a una domestica e di rimanere ad attendere istruzioni nel cortile. No, questa volta viene accompagnato alla presenza della principessa Cunegonda, nell'elegante Sala Cremisi del castello di Boch.

– Una lettera del principe Edmondo – annuncia Orsomondo con fare solenne, inchinandosi e cercando di nascondere l'imbarazzo.

Poi tira fuori il piccolo scrigno d'oro dalla borsa, consegnandolo alla principessa.

– Buongiorno Orsomondo, grazie! – lo saluta sorridendo Cunegonda, prendendo il piccolo contenitore tra le mani.

La principessa lo guarda attentamente: sul lucchetto d'oro risplende l'aquila della casa reale di Bach. Poi, anziché aprire lo scrigno e affidare a sua volta una lettera al messaggero, congedandolo, si dirige al suo portagioie. Da uno dei cassettoni tira fuori un lucchetto d'oro con lo stemma della casa reale di Boch, e lo appone al secondo anello dello scrigno. Infine, porge di nuovo il piccolo contenitore ad Orsomondo.

– Bene, ora portalo al principe Edmondo, al castello di Bach – gli ordina, con tono gentile ma perentorio.

Orsomondo guarda lo scrigno, senza sapere cosa pensare. Riportarlo al principe Edmondo? E perché mai? La principessa non lo ha neppure aperto... E con due lucchetti, per giunta? Cosa potrà mai significare?

Per qualche istante il messaggero resta immobile e confuso nella stanza, gli occhi fissi sullo scrigno che la principessa gli ha messo tra le mani, a bocca aperta.

– Orsomondo! – lo apostrofa la principessa, in tono gentile. – C'è qualcosa che non va? –

Il messaggero sussulta. Poi, borbottando parole incomprensibili, fa un inchino frettoloso ed esce dalla stanza con il piccolo scrigno in mano. Prima di riporlo nella borsa da viaggio, osserva attentamente il contenitore. Da una parte c'è il lucchetto del principe, con lo stemma della casa reale di Bach, e dall'altra parte c'è il lucchetto della principessa, con lo stemma della casa reale di Boch. Eppure basterebbe un solo lucchetto per chiudere ermeticamente lo scrigno...

E, chissà perché, ora deve riportare il tutto al principe Edmondo... Con una sconsolata alzata di spalle, Orsomondo si avvia di buon passo in direzione del castello di Bach.

Per altre due ore, il messaggero cammina sotto la pioggia, chiedendosi cosa stia accadendo, e per quale motivo. Oramai è giunta l'ora di pranzo e il suo stomaco brontola vivacemente. Nella fretta,

questa mattina ha dimenticato di infilare nella borsa da viaggio il suo spuntino preferito: pane e miele.

Non vede l'ora di arrivare a Bach, per consegnare lo scrigno al principe Edmondo e andare in cucina ad assaporare qualche delizioso piatto preparato dalla cuoca del castello...

Assorto in questi pensieri succulenti, Orsomondo raggiunge il castello di Bach. In pochi minuti viene ammesso nella Sala Azzurra, alla presenza del principe Edmondo.

– Già di ritorno? – lo accoglie il principe con un sorriso.

Il messaggero si inchina, annuisce e gli porge lo scrigno.

– Grazie! – esclama il principe prendendo il contenitore tra le mani e guardandolo con compiacimento.

– Allora, se non c'è più nulla, io vado... – annuncia Orsomondo, inchinandosi.

– Aspetta! – lo ferma Edmondo. – Ho ancora un incarico per te. –

Tirando fuori dalla tasca una piccola chiave d'oro, il principe apre il lucchetto con lo stemma della casa

reale di Bach e lo rimuove dallo scrigno. Poi porge nuovamente il piccolo contenitore a Orsomondo.

Il messaggero ha osservato la scena con gli occhi sgranati. È incredulo.

– Porta immediatamente questo scrigno alla principessa Cunegonda, al castello di Boch – gli ordina Edmondo con fermezza.

Il messaggero guarda ora lo scrigno che il principe gli ha messo tra le mani, ora il volto sorridente del principe. Il suo stomaco brontola rumorosamente, ricordandogli che è ora di pranzo e che non mangia ormai da diverse ore.

– Che cosa succede, Orsomondo? – chiede Edmondo con aria innocente. – C'è qualcosa che non va? –

Il messaggero scuote meccanicamente il capo e, farfugliando qualcosa, si inchina e scappa frettolosamente dalla stanza.

Nella sua testa frullano mille pensieri. Questa faccenda è diventata un vero rompicapo!

Prima Edmondo gli ha fatto portare lo scrigno chiuso con un lucchetto a Cunegonda. Poi Cunegonda, anziché aprire lo scrigno, ha aggiunto un secondo lucchetto alla serratura e gli ha fatto

riportare lo scrigno a Edmondo. E ora Edmondo ha tolto il suo lucchetto e gli ha ordinato di portare di nuovo lo scrigno a Cunegonda... Perché?

Orsomondo è confuso, mentre il suo stomaco continua a brontolare.

Di nuovo, con lo scrigno nella borsa, il messaggero intraprende il viaggio di due ore verso il castello di Boch. La fastidiosa pioggerellina autunnale continua ad accompagnarlo.

Mentre cammina tra boschi e colline, sempre più stanco e affamato, Orsomondo ripensa alle volte in cui, per ingannare il tempo, ha sbirciato le lettere del principe e della principessa. Erano letture così romantiche! Gli riempivano davvero il cuore di gioia! Ora, invece, trasporta avanti e indietro uno scrigno chiuso o da un lucchetto, o da due...

All'improvviso, un pensiero gli attraversa la mente, gettando una luce nuova su quella strana giornata di spostamenti tra Bach e Boch. E se il principe e la principessa avessero capito che ha letto la loro corrispondenza e lo stessero punendo, facendolo correre da una parte all'altra sotto la pioggia e impedendogli di pranzare?

Dopo due interminabili ore di cammino, esausto, bagnato e affamato, Orsomondo arriva finalmente al

castello di Boch e viene nuovamente accompagnato al cospetto della principessa, nella bella Sala Cremisi.

– Sei di nuovo qui, allora – lo accoglie lei con un sorriso.

Il messaggero si inchina e, avvilito e mortificato, le porge lo scrigno. La principessa Cunegonda lo prende tra le mani, soddisfatta. Poi, tirando fuori una chiave dal suo portagioie, rimuove il lucchetto con lo stemma della casa reale di Boch e apre il piccolo contenitore d'oro. Sul suo fondo c'è una lettera chiusa con un sigillo di ceralacca.

– Guarda cosa abbiamo dovuto fare, oggi, per non farti leggere le nostre lettere! – esclama la principessa con un tono di rimprovero. – Spero che tu abbia imparato la lezione e che non ci costringa mai più a ricorrere a metodi così complicati. –

Il messaggero si getta in ginocchio davanti a lei. Sembra sinceramente pentito.

– Vi chiedo scusa, principessa, non succederà mai più. Ve lo prometto! – dice in tono supplichevole, mentre il suo stomaco borbotta rumorosamente.

La principessa annuisce, comprensiva.

– Ti credo, Orsomondo. E ora, prima di ripartire, vai pure in cucina a mangiare qualcosa! – lo esorta con gentilezza.

E, mentre Orsomondo viene accompagnato alla cucina del castello, Cunegonda può finalmente sedersi sul suo divano, a leggere in tutta tranquillità la lettera del fidanzato.

Per saperne di più

Come impedire a qualcuno di curiosare nella propria corrispondenza?

*Il principe e la principessa potrebbero rendere i loro messaggi incomprensibili a Orsomondo usando un **linguaggio cifrato**, ad esempio impiegando le lettere dell'alfabeto in modo diverso rispetto a quello usuale. Invece di scrivere CIAO, il principe potrebbe scrivere, ad esempio, DLBP, sostituendo ogni lettera della parola originaria con quella immediatamente successiva. Ma questo trucco è molto semplice e Orsomondo potrebbe scoprirlo...*

*La **crittografia** è la parte della matematica che si occupa di **cifrare** i messaggi (e cioè di renderli leggibili solo ai diretti interessati) per rendere sicure le comunicazioni.*

Nel racconto, viene descritto in modo figurato un metodo di crittografia. Apporre un lucchetto personale vuol dire crittare il messaggio in modo che sia comprensibile solo a chi possiede la chiave del lucchetto.

È anche possibile mettere due lucchetti in modo indipendente, come accade nel racconto: un po' come proteggere un messaggio con due password scelte indipendentemente e segretamente da due persone diverse. Il principe Edmondo e la principessa Cunegonda possiedono entrambi un lucchetto personale e dispongono anche dell'unica chiave che lo apre. Ciò significa, però, che Cunegonda non ha la chiave che apre il lucchetto di Edmondo, ed Edmondo non ha la chiave che apre il lucchetto di Cunegonda: per questo, il piano che escogitano prevede tre tragitti per recapitare il messaggio. "Sono tanti!", direte voi, e avete ragione. Ma, così facendo, il principe e la principessa sanno che la trasmissione è sicura: il loro messaggio è sempre protetto da almeno un lucchetto o, in altre parole, da almeno una password.

La situazione sarebbe stata ovviamente più semplice con un unico lucchetto di cui entrambi,

principe e principessa, avessero una chiave – come se condividessero una password.

Tuttavia, volendo realizzare comunicazioni sicure tra tante persone, sarebbe improponibile disporre di un lucchetto diverso, ma con chiave condivisa, per ogni persona con cui si desidera comunicare...

*Un metodo correntemente usato per scambiare messaggi si chiama **chiave pubblica e chiave privata** (un nome che forse può confondere). Immaginiamo di dover crittare un messaggio per un nostro amico, che chiameremo Bob. Applicando il metodo della chiave pubblica e chiave privata, è lo stesso Bob che dice pubblicamente a tutti come crittare i messaggi a lui indirizzati. Ma, nello stesso tempo, Bob è anche l'unico capace di **decifrare** (e cioè di leggere e capire) i messaggi crittati nel modo da lui proposto. In altre parole, è come se Bob mettesse a disposizione di tutti la sua cassetta delle lettere (pubblica), nella quale ciascuno può inserire una lettera. Ma è solo Bob a possedere la chiave (privata) per aprire la sua cassetta delle lettere...*

Anche se non è evidente dal racconto che avete appena letto, la crittografia si basa sulla matematica.

Oggi giorno un messaggio da crittare viene prima tradotto in una serie di numeri. E questi numeri possono essere manipolati con delle tecniche matematiche raffinate, che garantiscono con sufficiente certezza che neanche un computer (o vari computer che lavorano insieme) riesca a ritrovare il messaggio originale.

Tuttavia, dovete tenere presente che, sia nel caso di messaggi crittati che di password, la sicurezza è sempre relativa. Se si hanno abbastanza tempo e/o computer per portare avanti tutti i tentativi possibili, si riesce a scoprire qualsiasi password.

La matematica però ci garantisce che, se una password è abbastanza lunga e complessa, per trovarla procedendo a tentativi sarebbero necessari tutti i computer del mondo per un tempo di milioni di anni. In altre parole, una password di questo tipo potrebbe dirsi sicura a tutti gli effetti.

La crittografia è ormai diffusissima: quasi tutte le comunicazioni su internet ne fanno uso. Quando visitate un sito, inviate un'email, scrivete un messaggio in una chat o fate un acquisto online, è molto probabile che i dati che trasmettete siano protetti dalla crittografia.



UN TÈ IN BIBLIOTECA

I topi bibliotecari Nico e Nicoletta si chiedono: è possibile misurare sei minuti di tempo avendo a disposizione due clessidre, una da cinque minuti e una da quattro?

Come tutti i giovedì, i topi bibliotecari Nico e Nicoletta sono alle prese con pulizie e riordino della piccola ma fornitissima biblioteca di cui si prendono cura da anni. Entrambi amano molto il loro lavoro. Conoscono tutti i libri custoditi sugli scaffali e li conservano con grande cura e premura. E, ogni

giovedì mattina, senza eccezioni, si dedicano con impegno alla pulizia di tutte le stanze della biblioteca.

Vogliono che sia lustra e splendente, anche perché sanno già che, nel pomeriggio, riceveranno la visita del signor Talpa, un anziano studioso, saggio ed erudito. Ha scritto numerosi libri ed è un amico di vecchia data dei due bibliotecari.

Oltre a essere saggio ed erudito, il signor Talpa è anche incredibilmente pignolo! Bussa alla porta della biblioteca ogni giovedì pomeriggio alle cinque in punto, saluta con cordialità gli amici bibliotecari e si trattiene con loro per un'ora esatta. Non un minuto di più.

In quell'arco di tempo, chiacchiera amabilmente, racconta aneddoti tratti dai suoi libri oppure anticipa i temi delle sue ricerche future. E, mentre parla, sorseggia con gusto il suo tè preferito: un raro infuso di ortica, melissa, calendula e sambuco. I topi bibliotecari sono gli unici abitanti della brughiera a possederne una scorta molto fornita, visto che la ricevono in dono ogni anno da un'amica rondine, al suo ritorno dalle calde Terre del Sud. Nico e Nicoletta sospettano che questo tè tanto raro quanto

gustoso sia il motivo principale delle visite settimanali del signor Talpa...

Ma torniamo a oggi. È giovedì mattina, Nico sta spolverando con attenzione una serie di clessidre di varie dimensioni che campeggiano su uno scaffale della biblioteca, in bella vista. Le ha acquistate anni addietro da un topo mercante e ne strofina con attenzione i vetri, affinché rilucano come cristalli.

Nel frattempo, Nicoletta sta pulendo uno degli ampi tappeti che ricoprono l'intera superficie della biblioteca, attutendo i rumori e contribuendo a creare un ambiente silenzioso, caldo e accogliente. D'un tratto, mentre la bibliotecaria percuote il tessuto con il suo battitappeto di bambù intrecciato, nella stanza si solleva una nuvola di polvere.

– La scorsa settimana abbiamo saltato la pulizia dei tappeti, ed ecco il risultato! Tanta polvere e tanta fatica in più... – commenta Nicoletta tossicchiando e scuotendo lievemente il capo sudato. – Non dobbiamo farlo mai più. –

Nico, a pochi passi da lei, non ribatte. La polvere gli è salita su per le narici, diffondendovi un fastidioso pizzicore. Non riuscendo più a trattenersi, il topo bibliotecario prorompe in una serie interminabile di starnuti fragorosi.

– *Etciiù, etciiù, etciiù...* – A cui si accompagna, improvvisamente, una altrettanto interminabile serie di assordanti *sbong, crac, sbong, crac...*

Nicoletta guarda allarmata in direzione di quella baraonda: mentre, appollaiato sullo scaffale, Nico continua a starnutire, ben tre delle sue preziose clessidre si sono schiantate sul pavimento della biblioteca, spargendo ovunque frammenti di vetro e cumuli di sabbia.

– Oh, no, che danno! – esclama la topolina, pensando immediatamente alla fatica che faranno a ripulire tutto.

– Oh, no! Le nostre clessidre! – geme Nico.

Ha finalmente smesso di starnutire e, osservando dall'alto il disastro, si dispera, con le mani sulla testa e gli occhi gonfi.

– Le nostre povere, bellissime, meravigliose clessidre... –

– È davvero un gran peccato! – gli fa eco Nicoletta, dispiaciuta.

– No, è molto di più di un peccato: è una catastrofe, è un dramma! – continua a disperarsi il topolino saltando giù dal mobile e guardandosi intorno costernato.

– Per nostra fortuna, due clessidre si sono salvate... – cerca di consolarlo Nicoletta. – Quali sono rimaste? –

– Quella da quattro minuti e quella da cinque... – replica Nico volgendo gli occhi arrossati verso le due clessidre che, integre e lucenti, troneggiano ancora sullo scaffale. – Abbiamo perso la clessidra da dieci minuti, quella da sette e quella da sei... Le nostre povere clessidre... –

– Un momento... – mormora Nicoletta con aria preoccupata. – Hai detto... quella da sei? –

– Sì, da dieci, da sette e da sei... – ripete Nico sconsolato.

– Oh, no! Come faremo allora stasera? – si domanda la bibliotecaria pensosa.

– Come faremo cosa? – Il bibliotecario, amareggiato dalla perdita delle clessidre, non riesce a pensare a nient'altro.

– Come faremo con il signor Talpa – spiega Nicoletta, paziente. – Sai che il suo tè preferito deve stare in infusione per sei minuti esatti... –

Nico è improvvisamente sbiancato. Nicoletta ha ragione, senza la clessidra da sei minuti sarà impossibile misurare il tempo di infusione del tè e il

signor Talpa resterà molto deluso... Non tornerà mai più a trovarli, ne è certo!

– L’avevo detto: è una catastrofe, è un dramma! – mormora affranto, cominciando a ripulire nervosamente il pavimento dai frammenti di vetro e dalla sabbia.

Nicoletta lo aiuta, lavorando di buona lena. I due topi bibliotecari, preoccupati e avviliti, liberano mano a mano il pavimento da quello che resta delle clessidre andate in frantumi. Quando hanno finito, la biblioteca splende come al solito; ma il loro morale è a terra.

– E se provassimo a usare le due clessidre rimaste? – dice timidamente Nicoletta.

Nico non sembra convinto.

– Abbiamo una clessidra da quattro minuti e una da cinque minuti... – replica. – Come facciamo a calcolare con precisione sei minuti di infusione? –

Nicoletta abbassa lo sguardo, abbattuta. Poi si volta a guardare le due clessidre ancora integre, così lucenti, così belle.

– Nico, Nico, ho un’idea! – esclama all’improvviso, illuminandosi in volto. – Mi è venuta un’idea per usare le due clessidre... –

– Ti ho già detto che è fatica sprecata... –
borbotta Nico appoggiato su un tavolo, con il viso
affondato sulla zampa.

*Pensate che sia possibile calcolare sei minuti
usando le due clessidre rimaste?*

– E invece no, senti qui – lo contraddice
Nicoletta, emozionata. – Se noi facciamo partire le
due clessidre contemporaneamente...

– Contemporaneamente? – incuriosito, Nico alza
lo sguardo.

– Sì, contemporaneamente – annuisce Nicoletta
con convinzione. – Quando la clessidra da quattro
minuti sarà esaurita, sapremo che manca un solo
minuto allo svuotamento della clessidra da cinque
minuti. Quindi dovremo mettere il tè in infusione
proprio in quel momento. –

– E poi? – la esorta Nico, improvvisamente
fiducioso.

– Dopo un minuto, anche la clessidra da cinque
minuti si sarà svuotata – continua Nicoletta. – E noi
la capovolgeremo immediatamente. Quando si sarà
esaurita di nuovo, dopo cinque minuti, saranno

trascorsi sei minuti totali, e potremo togliere il tè dall'infusione... che ne dici? Può funzionare? –

Sul volto di Nico si apre un sorriso. – Dico che sei un genio! Un vero genio! – esclama, abbracciandola istintivamente. – Così riusciremo a calcolare sei minuti esatti, proprio come vuole il signor Talpa! –

– Non lo deluderemo e non faremo una figuraccia... – gioisce la bibliotecaria, visibilmente rincuorata. – E non smetterà di venirci a trovare... –

– Siamo salvi! – concorda Nico, radioso. Poi, arrossendo, aggiunge: – Meno male che, almeno tu, hai mantenuto la calma! –

Nicoletta sorride. Poi guarda con un velo di malinconia lo scaffale che, senza le tre clessidre andate perdute, sembra spoglio, disadorno, triste.

– Mi dispiace molto per le clessidre – mormora.

– Già, è un vero peccato – le fa eco Nico. – Spero che il topo mercante torni presto a trovarci, così potremo comprarne delle nuove. E, quando avremo delle nuove clessidre, non dovremo più ricorrere a... strategie alternative, per calcolare il tempo di infusione del tè del signor Talpa! –

Per saperne di più

*Al centro del racconto c'è un tipico **problema di misurazione** nel quale è possibile compiere alcune misurazioni, ma non altre.*

L'intuizione risolutiva di Nicoletta è che, con le clessidre date, sia possibile misurare non solo i multipli di 4 e di 5 minuti o le somme di questi (usando le clessidre ripetutamente) ma anche un singolo minuto, attraverso la differenza dei valori delle due clessidre, facendo cioè partire il tempo da quando la clessidra piccola si svuota e facendolo finire quando anche la clessidra grande si svuota.

La soluzione escogitata da Nicoletta non è applicabile solo alla misurazione del tempo e, ovviamente, non è circoscritta all'utilizzo di strumenti come le clessidre.

Ad esempio, potremmo avere a disposizione due bottiglie della capienza di 4 e 5 litri e ci potremmo trovare nella situazione di dover misurare 6 litri attraverso dei travasi.

Con un procedimento analogo a quello utilizzato nel racconto, dalla differenza tra le due bottiglie possiamo ottenere la misurazione di un litro. Per farlo, è sufficiente versare il contenuto della bottiglia grande in quello della bottiglia piccola:

quando quest'ultima sarà piena, sapremo che la quantità di liquido rimasta nella bottiglia grande corrisponde esattamente a un litro.

Dopo aver svuotato la bottiglia piccola e aver spostato al suo interno il litro rimasto nella bottiglia grande, potremo riempire nuovamente la bottiglia grande da 5 litri: in questo modo, avremo un totale di 6 litri.

*In generale, gli enigmi che riguardano clessidre o travasi hanno come argomento i **numeri naturali**, e cioè 0, 1, 2, 3, eccetera.*

*L'**algebra astratta** e la **teoria dei numeri** (cominciando con la semplice **aritmetica**) sono vasti ambiti della matematica che, tra le altre cose, possono rispondere a domande sui numeri naturali.*

Ad esempio: quali numeri si possono ottenere dalla differenza di un multiplo di 5 e di un multiplo di 4? La risposta è che si possono ottenere tutti i numeri: ad esempio 22 è sei volte 5 meno due volte 4. E, in generale, un numero n si ottiene come n volte 5 meno n volte 4.

Invece, dalla differenza di un multiplo di 6 e di un multiplo di 4 non si possono ottenere tutti i numeri, dato che la somma o la differenza di due numeri pari è ancora un numero pari.

*Se vi piace l'aritmetica, potete divertirvi a cercare informazioni sul **massimo comune divisore** di due numeri (o di più numeri). Oppure sulla **scomposizione di un numero in fattori primi**.*

*I **numeri primi** sono dei numeri speciali (2,3,5,7,11,13,17,19,23...) con i quali, grazie alla moltiplicazione, si possono ottenere tutti gli altri. Per fare un esempio che probabilmente vi è familiare: $12=2\times 2\times 3$. Ci sono infiniti numeri primi, e ci sono delle domande su di essi a cui nessuno sa rispondere. Come ad esempio questa: “I **numeri primi gemelli** – cioè due numeri primi che differiscono tra loro di 2, come 3 e 5, 11 e 13, 17 e 19... – sono infiniti?”*

*Uno degli aspetti più affascinanti della teoria dei numeri è che le **domande aperte** sono in apparenza semplicissime, eppure nessuno, fino ad oggi, è riuscito a rispondervi...*

Ma mai dire mai: nei prossimi decenni la matematica farà sicuramente, come al solito, grandi progressi. E molte domande aperte troveranno una risposta.



LA BILANCIA DELL'AMICIZIA

Sapreste trovare una statuetta d'oro in mezzo a nove statuette di ferro rivestito d'oro, usando un'antica bilancia solo due volte?

Lunghe trecce nere e una grande passione per i numeri: è Orsola, una bambina di undici anni, che frequenta il prestigioso Collegio delle Scienze e delle Lettere della città di Utopia.

Orsola adora la sua scuola. O meglio, la adorava. Fino a quando, all'inizio del nuovo anno scolastico, è arrivata una nuova allieva.

Si chiama Bianca, ha i capelli castani molto ricci e la stessa età di Orsola. E, come lei, ama moltissimo i numeri. Così tanto che, a volte, riesce persino a prendere voti migliori dei suoi...

La situazione è nuova per Orsola, che non è abituata né ama essere superata da qualcuno, e la innervosisce. Bianca sembra condividere lo stesso atteggiamento. Tra loro non corre buon sangue: sono continuamente in competizione e vogliono dimostrare in ogni occasione di essere l'una più intelligente e preparata dell'altra. È una corsa continua a chi ottiene i risultati migliori e i voti più alti.

La loro rivalità è nota a tutta la scuola e persino la loro classe è divisa in due: da un lato gli amici di Orsola, dall'altro quelli di Bianca.

Per i professori e per la direttrice del Collegio, è tempo che le due bambine imparino a convivere senza trasformare ogni occasione in una gara. Ma come fare?

Inaspettatamente, una mattina di novembre, la direttrice convoca Orsola nel suo studio. Entrando, tutta agitata, la bambina si accorge con stupore e disappunto che Bianca è già nella stanza, seduta su una morbida poltroncina di velluto rosso.

Le due compagne di classe si salutano appena, con un cenno del capo, ciascuna infastidita dalla presenza dell'altra.

– Bene – esordisce la direttrice – ora che ci siete entrambe possiamo andare! –

E, così dicendo, esorta le bambine a seguirla nella stanza attigua alla direzione. Qui c'è una delle assistenti della scuola, la dottoressa Gigli, accanto a un tavolo coperto da un lenzuolo.

Con un gesto rapido, la direttrice solleva il lenzuolo, mostrando un'antica bilancia a due piatti e nove statuette identiche, luccicanti. Così luminose da sembrare di oro puro. Le bambine osservano la scena con un misto di curiosità e sospetto, senza capire perché si trovino lì e cosa la direttrice possa volere da loro.

– Care Bianca e Orsola – dice la direttrice – vi starete chiedendo perché mai vi ho convocate qui, oggi. –

Evitando accuratamente di guardarsi, le due bambine annuiscono.

– Come probabilmente sapete, siete le allieve più in gamba della vostra classe – dice la direttrice con un sorriso tiepido. – Per questo, voglio sottoporvi a

una prova... Una prova, badate bene, che dovrete superare insieme. –

La direttrice fa una pausa, alzando gli occhi per osservare la reazione delle due bambine. Sono visibilmente in allarme, mentre si guardano di sottecchi, un'espressione di scontrosa diffidenza dipinta sui lineamenti delicati dei loro volti.

– Come vedete – continua la direttrice, indicando il tavolo –, qui ci sono una bilancia a due piatti e nove statuette. Sembrano di oro puro, vero? –

Le due bambine annuiscono.

– Solo una, però, lo è davvero – prosegue la direttrice. – Le altre sono di ferro ricoperto d'oro. L'oro è più pesante del ferro ma la statuetta d'oro ha una piccola cavità al suo interno. Di conseguenza, la statuetta d'oro è solo leggermente più pesante di quelle di ferro ricoperto d'oro. È tutto chiaro fino a qui? –

Le bambine annuiscono di nuovo, concentrate sulle parole della direttrice.

– C'è una sola statuetta di oro puro, le altre sono di ferro ricoperto d'oro – ripete diligente Orsola.

– E quella di oro puro è leggermente più pesante – si affretta ad aggiungere Bianca, non volendo sembrare da meno.

– Bene – continua la direttrice. – Il vostro compito è trovare la statuetta di oro puro, usando questa antica bilancia a due piatti. Sapete come funziona? –

– Certo – risponde prontamente Orsola, lanciando uno sguardo di sfida a Bianca. – Se mettiamo due oggetti di peso diverso sui due piatti, il piatto con l’oggetto più pesante scenderà verso il basso, mentre quello con l’oggetto più leggero salirà verso l’alto. –

– Mentre con due oggetti dello stesso peso i due piatti resteranno in equilibrio allo stesso livello – conclude Bianca, restituendo ad Orsola la stessa occhiata.

– Esattamente – commenta impassibile la direttrice. Poi aggiunge: – Per superare questa prova dovrete rispettare delle regole precise. –

Le bambine la guardano impazienti, tutte orecchi.

– Regola numero uno – comincia ad elencare la direttrice, usando le dita per tenere il conto –: non potete toccare le statuette. Solo la dottoressa Gigli può maneggiarle. –

– Regola numero due: avete a disposizione la bilancia, è vero, ma potete effettuare solo due pesate. Non una di più. –

– Infine, regola numero tre: dovete lavorare insieme. In questo gioco vincete o perdete in coppia. Quindi il mio consiglio è di cominciare subito a pensare alla strategia che volete seguire per trovare la statuetta d'oro e guadagnarvi il vostro premio. –

Le bambine rimangono immobili, evitando accuratamente di guardarsi. La direttrice le osserva attentamente attraverso gli occhiali dalla montatura ovale.

– C'è davvero un premio in palio, signora direttrice? – chiede ad un tratto Bianca, curiosa.

– Ogni cosa a suo tempo – replica asciutta la direttrice.

– E dobbiamo partecipare... per forza? – domanda Orsola, esitante.

L'idea di dover lavorare insieme a Bianca e di dover condividere un premio con lei non le va proprio giù...

– Vorresti rinunciare? – le risponde la direttrice scrutandola in volto. – Perché? Pensi forse di non farcela? –

– No, no... – si affretta a dire la bambina, colpita nell'orgoglio, arrossendo vistosamente.

– Ci sono altre domande? –

Orsola e Bianca scuotono il capo.

– Bene – conclude la direttrice con aria soddisfatta. – Avete un'ora a partire da adesso. L'orologio sulla parete vi ricorderà il tempo che passa e quello che vi rimane. Buona fortuna! –

E, così dicendo, dopo aver fatto un cenno di saluto alla dottoressa Gigli, la direttrice torna a passo svelto nel suo studio.

Quale strategia seguireste, se foste al posto di Orsola e Bianca?

Per una manciata di minuti, Orsola e Bianca rimangono immobili in mezzo alla stanza, indecise sul da farsi. Nessuna delle due vorrebbe fare il primo passo. Ma il tempo scorre, inesorabile.

– Ok, possiamo fare solo due pesate... – mormora Bianca, esitante. – Quindi, se confrontiamo due statuette alla volta, possiamo trovare la statuetta d'oro solo se è tra quelle poche che prendiamo in considerazione. –

E, allargando le braccia, aggiunge:

– Con due pesate controlliamo soltanto quattro delle nove statuette. Se quella d’oro non è tra queste quattro... bè, non ci resta nessun modo per scoprire qual è... –

– Quindi è chiaro che *quella* non è la strategia giusta... – replica Orsola con freddezza, senza guardarla.

Bianca non risponde, ma rivolge alla compagna di classe uno sguardo offeso.

Seguono altri lunghi minuti di silenzio. Le due bambine non riescono proprio a rassegnarsi all’idea di dover collaborare...

Il ticchettare inesorabile dell’orologio le avverte che è già trascorso un quarto d’ora dall’inizio della prova. La dottoressa Gigli se ne sta immobile e impassibile accanto al tavolino, scrutandole in silenzio.

Orsola tiene gli occhi puntati sul pavimento, combattuta: una parte di lei cerca di concentrarsi sulla prova, per risolverla, mentre l’altra si chiede se sia davvero il caso di provare a collaborare con Bianca, come richiesto dalla direttrice. Il problema è che loro due non si sopportano proprio!

E se... e se Bianca trovasse la soluzione da sola? Se, da un momento all'altro, alzasse la mano per dire che ha capito tutto, che sa come fare? Sarebbe un'umiliazione tremenda, ecco cosa sarebbe! Istintivamente, Orsola scuote il capo, facendo ondeggiare le trecce.

Anche Bianca sembra in uno stato simile, con lo sguardo fisso sul tavolo e i tratti del volto induriti.

Nella stanza si sente solo il ticchettio delle lancette, che ricorda alle bambine che il tempo sta passando. L'ora concessa per la prova si consuma poco a poco...

Bianca deglutisce. I suoi ragionamenti non l'hanno portata molto lontano, fino ad ora. Se solo... se solo potesse confrontarsi con Orsola! Ma sono entrambe troppo orgogliose e testarde per riconoscere di aver bisogno l'una dell'aiuto dell'altra.

Orsola sospira. Lancia uno sguardo allarmato all'orologio, poi alza gli occhi verso il volto impassibile della dottoressa Gigli. Chissà cosa starà pensando di loro due e di questa situazione assurda...

– Il tempo passa... – mormora Orsola titubante. – Hai qualche idea? –

– No – sospira Bianca scuotendo la testa piena di riccioli.

Ma, in cuor suo, è sollevata che Orsola si sia decisa a fare il primo passo.

– Cominciamo da quello che sappiamo – propone Orsola. – E cioè che non possiamo pesarne due alla volta, perché abbiamo solo due pesate. E quindi, se non siamo fortunate nella scelta delle statue da confrontare, rischiamo di non trovare la statuetta d'oro. Invece ci deve essere una strategia per riconoscerla con certezza. –

– Esatto – annuisce Bianca – ci deve essere un modo per sapere con sicurezza quale statuetta è quella d'oro. –

Poi, dopo aver riflettuto per qualche istante, continua: – Quindi... quindi vanno pesate a gruppi? –

– Sì, probabilmente è così... – riflette Orsola fissando intensamente le statuette, come se potessero parlarle e darle indicazioni.

Ora che il ghiaccio è rotto, ora che non devono più rimuginare su chi debba fare il primo passo, Orsola e Bianca sono più serene. E, con la testa

sgombra da pensieri, dubbi e paure, concentrarsi e ragionare è molto più semplice...

– Sono nove, è chiaro che non possiamo dividerle esattamente in due gruppi... – esclude Bianca, con i grandi occhi neri puntati sul tavolino.

Orsola annuisce.

– Possiamo dividerle in tre gruppi... – propone Bianca. – Tre gruppi da tre. Che ne pensi? –

L'orologio continua a ticchettare. Alzando lo sguardo, le bambine si accorgono che trenta minuti sono già volati via: metà del tempo a loro disposizione.

– Se pesiamo tre statuette da una parte e tre dall'altra... – mormora Bianca.

– Se in uno dei due gruppi da tre che confrontiamo c'è la statuetta d'oro, quello peserà più dell'altro... giusto? – continua Orsola – E i piatti della bilancia non saranno in equilibrio. –

Orsola lancia uno sguardo speranzoso a Bianca, che annuisce di rimando. Gli occhi delle due bambine, finalmente, si incontrano.

– In questo modo, possiamo davvero sapere con certezza in quale dei tre gruppi è la statuetta d'oro! – esclama Bianca, emozionata. – Se, quando

confrontiamo due gruppi da tre, uno dei due è più pesante, allora la statuetta d'oro si trova sicuramente in quello. Altrimenti, se i piatti rimangono in equilibrio, vuol dire che la statuetta d'oro è nel terzo gruppo da tre, quello che non abbiamo pesato. È così, no? –

Stavolta tocca a Orsola annuire, sorridendo.

– Quindi, una volta che abbiamo scoperto in quale gruppo è la statuetta d'oro, possiamo effettuare la seconda pesata, e confrontare le tre statuette all'interno di quello stesso gruppo! – aggiunge Orsola entusiasta, sentendosi vicina alla soluzione.

– Esatto! – Bianca sembra condividere la stessa euforia. – Abbiamo tre statuette. Se ne confrontiamo due tra loro possono succedere due cose... –

– O i piatti della bilancia restano in equilibrio, e in quel caso significa che le statuette sono tutte e due di ferro, oppure una statuetta si rivela più pesante. Nel primo caso, la statuetta d'oro è l'unica che non abbiamo pesato. Nel secondo, invece, è quella più pesante! – conclude Orsola entusiasta.

– Lo abbiamo risolto, è fatta! – comincia a saltellare Bianca, ululando di gioia.

– Aspetta, dobbiamo ancora trovare la statuetta! –
la ammonisce Orsola.

Ma lo fa con un grande sorriso dipinto sulle labbra.

– Ops, sì, è vero... – ammette Bianca, portando teatralmente una mano davanti alla bocca.

Così, con l'aiuto della dottoressa Gigli, le due bambine mettono in atto la loro strategia. Per prima cosa, dicono alla dottoressa di porre tre statuette scelte a caso su un piatto della bilancia e tre sull'altro.

– Nessuna di queste statuette è d'oro – commentano poi, notando che i piatti restano in equilibrio. E aggiungono: – Significa che la statuetta di oro puro è una delle tre statuette che non abbiamo ancora pesato. –

A questo punto, chiedono alla dottoressa Gigli di porre sui due piatti della bilancia due delle tre statuette rimaste. La dottoressa esegue, impassibile e silenziosa, sistemando una statuetta per piatto.

Ed ecco che uno dei due piatti della bilancia scende verso il basso.

– Questa statuetta pesa di più! – esclamano le bambine all’unisono. – Significa che è di oro puro! L’abbiamo trovata! –

E puntano gli indici verso la statuetta poggiata sul piatto di sinistra, che se ne sta leggermente più in basso dell’altra.

– Confermo, è questa la statuetta più pesante! Ottimo lavoro di squadra! – si complimenta la dottoressa Gigli con un sorriso.

Le due bambine sono raggianti di soddisfazione e si danno il cinque.

– Meno male che ti è venuto in mente di dividere le statuette in tre gruppi da tre... – esclama Orsola. – Quando lo hai detto... quando lo hai detto mi si è davvero sbloccato il cervello! –

– Sì, ma se tu non avessi rotto il ghiaccio per prima... – ammette Bianca arrossendo – staremmo ancora in silenzio a guardare il pavimento e a perdere tempo... –

– Non posso credere che siamo state così sciocche! – commenta Orsola, scuotendo il capo.

Entrambe ridono di cuore. Sono felici di avercela fatta e si accorgono con stupore che avere superato la prova collaborando, anziché in solitaria, non ha

reso quel momento meno importante o meno prezioso. Al contrario, avere qualcuno con cui gioire e festeggiare è molto più divertente!

È come se la presenza di un'altra persona moltiplicasse la gioia e l'euforia, rendendole travolgenti.

– Complimenti, Bianca e Orsola – dice sorridendo la direttrice, apparsa sulla porta della stanza. – Sono molto felice che siate finalmente riuscite a mettere da parte la vostra rivalità e a lavorare insieme. Spero che sia per voi un nuovo inizio. Era proprio questo il premio: la possibilità di ricominciare daccapo. Magari, d'ora in avanti, diventerete persino amiche: chi può dirlo? –

Eh già, chi può dirlo?

Per saperne di più

A prima vista, il problema proposto sembra impossibile da risolvere. Eppure, la storia ci mostra che una soluzione c'è.

Una volta intuito che si possono confrontare più di due statuette alla volta, si aprono tante possibilità.

Per ottenere un'informazione utile, è necessario mettere lo stesso numero di statuette su entrambi i piatti della bilancia: dato che la differenza di peso tra la vera statuetta d'oro e le altre è molto piccola, se si pone un numero maggiore di statuette su uno dei piatti, la bilancia penderà comunque da quella parte, e non si potrà scoprire niente di nuovo.

Se nella prima pesata mettiamo due statuette su un piatto e due statuette sull'altro, lasciamo da parte cinque statuette. Nel caso sfortunato in cui la statuetta cercata sia tra queste cinque, non possiamo essere certi di individuarla avendo a disposizione solo un'ulteriore pesata. Dovendo confrontare cinque statuette con un'unica pesata, infatti, ci troviamo di fronte a una serie di difficoltà. Ad esempio, possiamo confrontare tra loro due statuette, ma così facendo non otteniamo informazioni sufficienti sulle tre statuette rimanenti. Oppure possiamo confrontare due coppie di statuette, ma ciò non permette, se una delle due coppie è più pesante, di distinguere fra loro le due statuette che la compongono, trovando con certezza quella di oro puro...

Cambiando strategia sin dall'inizio, potremmo scegliere di confrontare le nove statuette mettendo

quattro statuette su ciascun piatto. Se facessimo così, la statuetta di oro puro potrebbe essere o l'unica rimasta fuori dalla pesata, o una all'interno di un gruppo di quattro statuette; in questo secondo caso, però, non potremmo essere certi di individuarla solo con un'ulteriore pesata.

Conviene allora dividere le statuette in gruppi da tre, come fanno Bianca e Orsola, in modo che, dopo la prima pesata, la statuetta cercata sia in un gruppo di sole tre statuette, facilmente confrontabili con la seconda pesata.

Da questo racconto emerge anche che l'unione fa la forza. Quando si tratta di risolvere un problema difficile, può capitare che qualcuno abbia una buona intuizione, ma che non riesca a concretizzarla in una soluzione completa. E magari c'è qualcun altro che riesce a prendere quell'intuizione e a realizzarne il potenziale...

È per questo che molti lavori scientifici si portano avanti in collaborazione: lo scambio di idee, il confronto e la discussione sono molto utili per fare dei progressi. E poi, diciamocelo, lavorare insieme è molto più divertente!

Se vi piace la matematica, cercate qualcuno con cui condividere la vostra passione. E, se vi è

possibile, iscrivetevi a delle competizioni matematiche nella vostra scuola o nella vostra zona (sapete che esistono anche delle competizioni che si svolgono online?).

Così facendo, non solo vi metterete alla prova, ma potrete anche conoscere dei coetanei che condividono il vostro interesse per la matematica. E, anche se è bello vincere, ricordate che la cosa più importante è partecipare!

Notate che, preparandovi per una gara matematica, vi potrà capitare di imbattervi in argomenti nuovi rispetto a quelli che conoscete o che avete già studiato a scuola. Tutto quello che imparerete preparandovi per le competizioni, soprattutto negli ultimi anni delle scuole superiori, potrebbe rivelarsi molto utile se un giorno sceglierete di frequentare l'università...

Se siete interessati al tema delle gare matematiche, potete chiedere consiglio (e anche qualche dritta...) a un insegnante della vostra scuola. E... buona fortuna!



I DUE CONIGLI

La signora Tartaruga sa che Coniglio Bianco e Coniglio Nero passano entrambi diverse volte al giorno davanti alla sua casa. Quando esce in giardino, tuttavia, vede passare quasi sempre per primo Coniglio Bianco. Come mai?

La signora Tartaruga sta prendendo il tè nel suo bel giardino fiorito, davanti alla sua villetta, nel cuore del bosco di Baccherosse. Le piace sedersi tra le sue adorate piante, per rilassarsi e godere del tepore dei raggi del sole che filtrano tra gli alberi.

Le sue giornate sono sempre lunghe – si sveglia prima ancora dell'alba e va a dormire ben dopo il tramonto – e costellate delle occupazioni più disparate: lettura, esperimenti in cucina, ginnastica, giardinaggio, piccole riparazioni...

Nonostante l'età ormai avanzata, la signora Tartaruga è davvero piena di energia e di interessi!

Oggi pomeriggio, la signora Tartaruga è in compagnia di una sua cara amica, la signora Tasso, appena tornata da un lungo viaggio. Da poco andata in pensione, dopo aver lavorato per tanti anni all'Istituto di Meteorologia del bosco di Baccherosse, la signora Tasso si è regalata un lungo periodo di riposo al mare, in una località esotica. È tornata a casa rinvigorita e con tantissimi aneddoti da raccontare alla sua migliore amica!

Mentre le due anziane signore chiacchierano amabilmente, sulla strada che, attraversando il bosco, costeggia per un tratto il recinto della villetta, compare Coniglio Bianco, il giovane fattorino dell'Istituto di Meteorologia.

Il coniglio saluta cordialmente la signora Tartaruga e la signora Tasso e prosegue di buon passo lungo il sentiero. Ha in mano un foglio di carta arrotolato da recapitare all'Istituto, che si trova

a qualche centinaio di metri di distanza dalla casa della signora Tartaruga.

– Deve essere arrivato il bollettino meteo di fine pomeriggio – commenta con disinvoltura la signora Tasso, continuando a sgranocchiare dei golosi biscotti alla cannella.

La signora Tartaruga segue con lo sguardo la sagoma del coniglio, fino a quando scompare tra gli alberi.

– Lo vedo passare tutti i giorni – commenta.
– E anche l’altro giovanotto, Coniglio Nero... –

Poi, dopo qualche istante, indicando la strada, aggiunge: – A proposito, eccolo laggiù che arriva! –

Coniglio Nero si avvicina saltellando lungo il sentiero. Saluta cordialmente le due signore e poi prosegue a sua volta in direzione dell’Istituto di Meteorologia. Anche lui ha in mano un foglio di carta arrotolato.

– Deve essere l’altro bollettino meteo di fine pomeriggio... – dice la signora Tasso, dopo aver risposto con un sorriso al saluto del giovane coniglio. – Chiunque voglia andare all’Istituto di Meteorologia, deve passare davanti alla tua casa... –

– Non capisco... – mormora confusa la signora

Tartaruga. – Quanti bollettini meteo ci sono ogni giorno? –

– L’Istituto di Meteorologia riceve regolarmente informazioni da due stazioni di rilevazione, una a sud di Baccherosse e una a nord – spiega la signora Tasso. – Ogni giorno arrivano cinque bollettini da ciascuna delle due stazioni, due al mattino e tre nel pomeriggio. Coniglio Bianco è incaricato di portare all’Istituto i bollettini della stazione nord, mentre Coniglio Nero porta quelli della stazione sud. –

– Davvero? Non lo sapevo! – esclama la signora Tartaruga, meravigliata. Poi, con curiosità, domanda: – E dove si trovano di preciso queste due stazioni? Sono molto lontane? –

– No, non sono lontane. Sono entrambe a mezz’ora di cammino da qui. Se uscendo dal cancello della tua casa svolti nella direzione opposta a quella dell’Istituto, la strada ti porta fuori dal bosco di Baccherosse, fino a un piccolo bivio. Da lì, un sentiero conduce alla stazione a nord, l’altro alla stazione a sud. –

– Capisco... – mormora la signora Tartaruga.

Nonostante viva da sempre a Baccherosse, non si è mai avventurata fuori dal bosco. Le due amiche

rimangono in silenzio. La signora Tartaruga ha la fronte corrugata, come se fosse molto concentrata.

– Hai detto che Coniglio Bianco e Coniglio Nero devono portare un bollettino ciascuno all’Istituto di Meteorologia, per cinque volte al giorno? – chiede dopo alcuni minuti.

– Sì – annuisce la signora Tasso, continuando a sgranocchiare biscotti.

– Questo significa che entrambi passano ogni giorno una decina di volte davanti alla mia casa... – continua la signora Tartaruga.

La signora Tasso annuisce di nuovo.

– Sì, i due conigli devono portare i bollettini a destinazione e poi tornare indietro, alle rispettive stazioni, in attesa dei bollettini successivi. –

– Capisco... – dice la signora Tartaruga.

– C’è qualcosa che non va? – le chiede la signora Tasso, notando la sua espressione assorta.

La signora Tartaruga sospira, riscuotendosi.

– Ecco, pensavo... – esordisce, esitante, come se cercasse le parole per esprimersi. – C’è una cosa che mi incuriosisce e che non riesco proprio a spiegarmi... –

L'amica le rivolge uno sguardo interrogativo. Schiarendosi la voce, la signora Tartaruga prosegue:

– Se tutti e due i conigli passano dieci volte al giorno davanti alla mia casa, entrambi con una certa regolarità... perché allora, ogni volta in cui esco in giardino, a qualsiasi ora del mattino o del pomeriggio, vedo passare quasi sempre per primo Coniglio Bianco? –

– Magari tu e Coniglio Bianco avete gli stessi orari... – suggerisce la signora Tasso, evasiva.

– Ma io non ho orari! – protesta ridacchiando la signora Tartaruga. – Mi capita di uscire per tanti motivi diversi: potare i fiori, bere il tè, raccogliere i pomodori, ridipingere lo steccato... ma quando sono in giardino vedo passare quasi sempre Coniglio Bianco prima di Coniglio Nero... non trovi che sia strano? –

– Effettivamente sì, è un po' strano... – concorda la signora Tasso. – Magari è soltanto una coincidenza... –

– Ma passano entrambi dieci volte al giorno! – insiste la signora Tartaruga, che non sembra convinta dall'idea che si tratti di una pura e semplice coincidenza.

La signora Tasso poggia la tazza di tè sul tavolino, a sua volta pensosa.

– Allora – spiega, rievocando i suoi lunghi anni di lavoro all’Istituto di Meteorologia –, i bollettini devono essere recapitati più o meno ogni due ore, tra le 7 del mattino e le 17. Di solito, parte prima il bollettino della stazione nord. Poi, poco dopo, quello della stazione sud. Questo perché la stazione nord fa le sue rilevazioni con uno o due minuti di anticipo rispetto alla stazione sud. –

La signora Tartaruga la ascolta con attenzione ed interesse.

– Coniglio Bianco è incaricato di recapitare il bollettino della stazione nord. Va all’Istituto di Meteorologia e poi torna alla sua stazione – continua la signora Tasso. – Invece Coniglio Nero parte dalla stazione sud. Consegna il suo bollettino all’Istituto di Meteorologia e poi torna alla sua stazione. –

– Questo però non spiega perché io veda quasi sempre prima Coniglio Bianco... –

Le due signore restano alcuni minuti in silenzio.

– E invece sì! – esclama d’un tratto la signora Tasso, come se, all’improvviso, avesse avuto una rivelazione. – Adesso è tutto chiaro! –

Qual è, secondo voi, la soluzione del mistero?

La signora Tartaruga la guarda senza capire.

– Che cosa sarebbe chiaro? –

– È chiaro perché vedi quasi sempre prima Coniglio Bianco! – ribatte la signora Tasso, sorridendo di soddisfazione.

Poi, scandendo bene ogni parola, prosegue:

– Entrambi i conigli passano dieci volte al giorno davanti alla tua casa. Ma Coniglio Bianco passa sempre con un minuto o due di anticipo rispetto a Coniglio Nero. –

La signora Tartaruga annuisce, silenziosa.

– Tu esci in giardino diverse volte al giorno, in orari diversi – prosegue la signora Tasso. – Per vedere per primo Coniglio Nero, dovresti uscire in giardino proprio in quel minuto o due che separa il passaggio di Coniglio Bianco da quello di Coniglio Nero. Tuttavia, se ci pensi bene, è molto più probabile che tu esca in giardino in qualsiasi altro momento, piuttosto che proprio in quelle brevissime parentesi di uno o due minuti. Non trovi? –

La signora Tartaruga rimane per alcuni istanti in silenzio, come se dovesse assimilare le parole dell'amica.

– Ora che mi ci fai pensare... – mormora poi, assentendo – è vero! È molto meno probabile che io esca in giardino esattamente in quegli intervalli di tempo così brevi, piuttosto che in qualunque altro momento. Quindi è molto più probabile che io veda passare per primo Coniglio Bianco! –

– Eh già... – sorride la signora Tasso. – Sembrava proprio che non ci fosse una spiegazione, e invece c'è! –

Le due amiche ridono divertite e, soddisfatte dalla conclusione che hanno raggiunto, tornano a gustare la loro merenda. Intanto, sul sentiero riappare la sagoma di Coniglio Bianco che, dopo aver recapitato il bollettino all'Istituto di Meteorologia, si dirige di buon passo verso la stazione nord.

Per saperne di più

In questo racconto, un ragionamento ha permesso alla signora Tasso di capire come un fatto apparentemente inspiegabile abbia in realtà una spiegazione piuttosto semplice.

Se ci pensate bene, è una situazione che capita spesso, quando si ha a che fare con degli indovinelli...

Vi è mai successo di leggere una soluzione e di dire, a posteriori: “Ma certo, come ho fatto a non pensarci prima?”. Non disperate, quindi, se non riuscite a risolvere un enigma o un indovinello: non siete certo gli unici! E tenete anche conto che sono davvero poche le persone che riescono a risolvere gli indovinelli più difficili.

In ogni caso, una volta scoperta la soluzione, cercate di capirla e, se avete dei dubbi, parlatene con chi vi ha proposto l'indovinello o con qualcuno che credete vi possa aiutare. Qualcuno nella vostra famiglia? Un insegnante?

Potrebbe anche essere che siate ancora troppo piccoli per capire qualcosa, nel senso che non avete ancora affrontato a scuola gli argomenti che potrebbero aiutarvi a trovare la soluzione. In questo caso, siete solo svantaggiati rispetto ai grandi – non meno intelligenti!

*L'indovinello proposto in questo racconto parla di probabilità. In matematica, la **teoria della probabilità** si occupa di indagare se certi eventi*

siano molto probabili o poco probabili. O, più precisamente, quanto siano probabili.

Ci sono tanti esempi di situazioni in cui un evento o un fatto è più probabile di un altro, come per magia. E solo pensandoci molto bene (e magari aiutandosi con qualche risultato della teoria della probabilità) si riesce a capire il perché.

Ad esempio, ecco due affermazioni che vi sembreranno in contraddizione, ma che sono entrambe vere: la maggior parte dei bambini ha dei fratelli o delle sorelle e la maggior parte delle famiglie ha solo un bambino.

Cerchiamo di capire con un esempio concreto come ciò sia possibile. Immaginiamo che ci siano 20 famiglie: di queste, 12 hanno solo un bambino, mentre in ciascuna delle restanti 8 famiglie ci sono due bambini. Ne consegue che ci sono più famiglie con un solo bambino (12 contro 8) ma ci sono più bambini che hanno un fratello o una sorella (16 contro 12).

Un altro famoso esempio è quello del cosiddetto “paradosso del compleanno”. In un gruppo di persone, qual è la probabilità che due di esse festeggino il compleanno lo stesso giorno?

Ebbene, basta che nel gruppo ci siano almeno 23 persone e la probabilità che due di esse festeggino il compleanno lo stesso giorno è già superiore al 50%, nonostante il compleanno di ciascuna persona possa essere uno qualsiasi dei 365 giorni dell'anno!



IN VIAGGIO CON IL CANE, IL GATTO E IL TOPOLINO

Se il gatto non può restare da solo con il topolino, e il cane non può restare da solo con il gatto, come farà la strega Drusilla, priva di bacchetta magica e potendo trasportare i suoi animali solo uno alla volta, a organizzare il suo viaggio alla Fiera Internazionale della Magia?

Un grosso calderone ribolle sul fuoco del camino, sotto lo sguardo attento di un gatto nero, mentre, a pochi passi di distanza, un cane dal foltissimo pelo

marrone dorme beatamente su un cuscino. In un angolo, un topolino grigio rosicchia golosamente un pezzetto di formaggio.

All'improvviso, qualcuno bussa alla porta.

Il gatto miagola. Il cane emette un grugnito, senza svegliarsi, voltandosi con il muso verso il muro. E il topo continua a mangiare, concentrato sul suo formaggio.

– Arrivo! – esclama una voce giovane e squillante.

È la padrona di casa, una strega dai capelli scuri, con mani pallide e lunghe dita. Interrompe le sue attività – stava sciogliendo una polverina gialla in un liquido verde – e si dirige svelta alla porta, urtando e facendo cadere, nel percorso, alcuni contenitori abbandonati sul pavimento.

– Buonasera Drusilla, ti disturbo? – Sulla soglia è apparsa una donna corpulenta, vestita di scuro.

È Domitilla, la vicina di casa: una divinatrice portentosa, capace di leggere il futuro in sfere, fondi del caffè e stoviglie... anche se, a dire il vero, non tutte le sue predizioni si avverano.

Domitilla ha con sé un cestino di vimini.

– Ti ho portato la cena! – annuncia con brio, andando a poggiare il cestino sul tavolo.

Poi, guardandosi intorno con aria stupita, aggiunge: – Per tutti i fulmini, ma che disordine è mai questo? Come fai a lavorare così? –

Drusilla alza le spalle, tornando alle sue provette e ai suoi alambicchi. Nelle ultime settimane, non ha avuto molto tempo per preoccuparsi di ordine e pulizie. E, se non fosse stato per Domitilla e per i pasti che le prepara con cura e affetto, avrebbe persino dimenticato di mangiare...

Mancano appena tre giorni alla Fiera Internazionale della Magia e la giovane strega vuole essere certa che tutte le sue ricette siano perfette, pronte per essere presentate e messe in commercio.

La Fiera è uno degli eventi più importanti del mondo magico. Si tiene ogni quattro anni, ogni volta in una località diversa, attirando maghi e streghe da tutti gli angoli del pianeta. Drusilla sa che è la sua grande occasione: finalmente, può far conoscere al mondo intero le sue creazioni, i suoi filtri e le sue pozioni.

– Che odore strano... che cosa sta bollendo lì dentro? – chiede Domitilla avvicinandosi al camino e indicando il grosso calderone.

Il gatto, disturbato dal movimento della donna, va a rifugiarsi con un miagolio di protesta in un altro angolo della stanza.

– Estratto di rabarbaro, succo di limone, zenzero, uova di termiti, veleno di vipera... – elenca distrattamente Drusilla, senza alzare la testa dal suo lavoro.

– Ma è un miscuglio disgustoso! E a cosa dovrebbe servire una roba del genere? – si informa ancora Domitilla, arricciando il naso.

– È una pozione di ringiovanimento... – risponde Drusilla.

– Di ringiovanimento? Dici davvero? – chiede la divinatrice, stavolta con un certo interesse. – E... funziona? –

– Sì, certo che funziona... – annuisce Drusilla. – Potrebbe far tornare bambino chiunque... –

– Tornare bambino? – Domitilla la guarda dubbiosa. – Ma chi mai vorrebbe tornare bambino?!? –

La divinatrice sospira. Sa che la sua giovane amica è molto abile nel creare nuove, efficaci pozioni. Ma a volte le pare che sprechi il suo tempo dedicandosi a progetti senza senso e senza scopo...

– Quali pozioni presenterai alla Fiera? – si informa, scrutando i tanti recipienti sparsi per la stanza.

– Vorrei portare tutte quelle che ho provato e perfezionato. In tutto sono 53. E devono stare lì dentro – risponde Drusilla indicando una cassa di legno poggiata sul pavimento.

È un contenitore di media grandezza, dall'aspetto piuttosto comune. Fatta eccezione per la bacchetta sprizzante scintille che campeggia su uno dei suoi lati: il logo inconfondibile della Fiera Internazionale della Magia.

– Avrai un carico molto pesante... riuscirai a trasportarlo da sola? – si informa ancora Domitilla.

Drusilla annuisce, sollevando la testa.

– Sì, la cassa di legno si può trasportare sulla scopa. –

Poi, sospirando, continua: – Il problema però sono Timo, Guave e Cocco. Sai che non posso lasciarli a casa da soli. E non posso lasciarli a nessuno, perché soffrirebbero troppo il distacco. Non sono abituati a stare senza di me... –

Domitilla annuisce, improvvisamente seria, voltandosi a guardare Cocco, il cane addormentato,

Guave, il gatto nero dai grandi occhi verde smeraldo, e Timo, il topolino goloso. Gli adorati animali domestici di Drusilla.

Tre angioletti, legati alla padrona da affetto e fiducia. Ma che, tutte le volte in cui lei si allontana, si scagliano inevitabilmente l'uno contro l'altro.

Guave, il gatto, cerca sempre di mangiare Timo, il topo. E Cocco, il cane, attacca sistematicamente Guave, il gatto. Lasciarli incustoditi è impossibile: si farebbero del male a vicenda. E, in ogni caso, nessun amico di Drusilla si assumerebbe mai la responsabilità di occuparsi di loro in sua assenza...

– Potete sempre viaggiare con un incantesimo... – propone Domitilla, stupendosi che la sua amica strega non ci abbia già pensato.

Drusilla scuote la testa, avvilita. – Niente incantesimi, purtroppo. Proprio ieri la mia bacchetta è caduta per sbaglio in uno dei calderoni ed è... bè, ecco, è esplosa... *Bum!* – risponde, accompagnando le parole con un gesto delle mani.

– Esplosa? – ripete stupefatta Domitilla.

È la prima volta, in tanti anni di frequentazione di streghe e stregoni, che sente parlare dell'esplosione di una bacchetta magica...

La divinatrice sospira, scuotendo lievemente la testa. In vita sua, non ha mai conosciuto una strega più maldestra di Drusilla... è intelligentissima, è vero, ma anche incredibilmente goffa. Come fa a combinare certi pasticci?

– Comprerò una bacchetta nuova alla Fiera – continua Drusilla, assorta nei suoi pensieri. – Magari un modello più recente, e un po' più resistente... –

– Sì, certo, è una buona idea – annuisce Domitilla, sospirando.

Poi, volgendo lo sguardo alla cassa, alla scopa poggiata in un angolo e ai tre animali, chiede: – Oltre alla cassa, riesci a trasportare anche gli animali sulla scopa? –

– Posso trasportarne uno solo alla volta, insieme alla cassa... – mormora Drusilla.

– Quindi dovrai fare diversi viaggi. Potresti trasportare prima la cassa e uno degli animali – propone la divinatrice. – Per poi lasciarli alla Fiera e tornare indietro a prendere gli altri due animali. –

Drusilla scuote nuovamente la testa.

– Oh, no: non posso lasciare la cassa incustodita! – ribatte con slancio. – Dentro c'è tutto il mio lavoro: non vorrei proprio che andasse

perduto o che venisse danneggiato... La cassa deve restare sempre con me, al sicuro! –

– Allora dovrai fare tre viaggi... – suggerisce ancora Domitilla.

– Purtroppo non è così semplice. Non posso lasciare Timo da solo con Guave, e non posso lasciare Guave da solo con Cocco – ribatte la giovane strega.

Domitilla si fa pensierosa: Timo, il topolino, non può rimanere da solo con Guave, il gatto. Ma neanche Cocco, il cane, può rimanere da solo con Guave...

– Insomma, ci deve pur essere una soluzione! – esclama impaziente la divinatrice. – Poniamo che porti prima il topo, Timo... Guave e Cocco rimarranno da soli... Ah no, loro due non possono restare da soli, non va bene! Ricominciamo: facciamo che porti prima il gatto, Guave. Timo e Cocco ti aspetteranno qui a casa insieme e faranno i bravi. Poi verrai a prendere il topo, Timo, lo porterai alla Fiera e lo lascerai lì... –

– Con Guave? – aggiunge dubbiosa Drusilla.

– Ah no, hai ragione, non si può! – si affretta a correggere Domitilla. – Ricominciamo daccapo...

Porti prima il gatto, Guave. Poi torni a prendere il cane, Cocco. E poi lasci Cocco con Guave... Oh no, neanche questo va bene! Accidenti, non c'è proprio soluzione! –

Siete d'accordo con Domitilla? Credete anche voi che non ci sia una soluzione?

La divinatrice sembra sinceramente dispiaciuta: sa quanto la Fiera Internazionale della Magia sia importante per la sua amica strega, sa quanto abbia lavorato per prendervi parte...

Dopo alcuni istanti, Drusilla rompe il silenzio, improvvisamente entusiasta: – Ma è chiaro! Mi hai appena fatto venire un'idea! –

– Davvero? – esclama Domitilla, stupita.

– Certo, mi hai fatto capire esattamente dove sbagliavo! – annuisce Drusilla con un sorriso riconoscente. – Adesso penso di aver trovato la soluzione! –

– E quale sarebbe? – chiede ancora la divinatrice, esitante e incredula.

– Ascoltami bene – esordisce Drusilla. – Timo non può restare da solo con Guave. E Guave non

può restare da solo con Cocco. Quindi devo portare con me Guave per primo. Lo lascerò alla Fiera e poi tornerò subito indietro. È chiaro fin qui? –

Domitilla annuisce quasi meccanicamente, senza capire dove la sua amica stia andando a parare.

– Quindi prenderò con me Timo e lo porterò alla Fiera. Una volta arrivata – prosegue Drusilla – lo lascerò lì, ma riprenderò Guave, in modo che gatto e topolino non rimangano da soli insieme. –

– Vuoi riportare Guave a casa? –

– Esatto. Lo riporterò a casa e prenderò con me Cocco. Una volta arrivata alla Fiera con Cocco, lo lascerò lì insieme a Timo e tornerò indietro per l'ultima volta a riprendere Guave. Che te ne pare? –

Drusilla sorride trionfante.

Dal suo canto, Domitilla sembra pensierosa. Ma, dopo alcuni istanti di riflessione, esclama entusiasta: – Hai ragione, così funziona! Certo, dovrai fare diversi viaggi avanti e indietro, ma alla fine sarete tutti insieme alla Fiera Internazionale della Magia. E nessuno si sarà fatto male! –

La giovane strega annuisce con soddisfazione.

– E, a quel punto, non dovrò far altro che allestire il mio stand e far provare a tutti le mie pozioni! – conclude con aria trasognata.

– Dovrai ricordarti anche di comprare una bacchetta nuova – aggiunge Domitilla con un sorriso. – Una bacchetta a prova di... esplosioni! –

Per saperne di più

A volte sembra che un problema non abbia soluzione, soprattutto se, come accade a Drusilla, si parte un po' prevenuti e si dubita sin dall'inizio che possa essercene una. Invece, come abbiamo visto, spesso una soluzione esiste davvero, anche se è difficile da trovare.

Se ragioniamo nel modo sbagliato, potremmo finire per convincerci che non ci sia una soluzione, anche se magari qualcun altro ci assicura che esiste. In questo caso conviene discutere apertamente.

Quando esponiamo a qualcuno il nostro pensiero, ci può capitare di capire per primi dove il nostro ragionamento fa acqua. Oppure sono gli altri a farci notare dove abbiamo sbagliato.

Non bisogna vergognarsi di sbagliare, dato che tutti, qualche volta, sbagliano (anche se, probabilmente, non se ne vantano e non ce lo vengono a dire...). È proprio azzeccato il modo di dire: “sbagliando si impara!” Confrontandosi con gli altri, poi, si imparano tante cose.

*Ma torniamo al racconto: come si risolve il problema di Drusilla? Nello specifico, bisogna **scartare le opzioni impossibili**, come lasciare insieme il cane e il gatto, oppure lasciare il gatto insieme al topo. E allora diventa chiaro che l'unico animale che sia possibile trasportare per primo sia proprio il gatto.*

Si può andare avanti ragionando in modo analogo, cercando di evitare sia dei passi falsi che delle scelte che ci riporterebbero a una situazione precedente: ad esempio, potremmo anche portare il gatto alla Fiera e riportarlo subito a casa, ma sarebbe inutile.

Ci sono diversi tipi di problemi che si risolvono così, andando a tentativi e ragionando sulle possibili scelte: qualcuna sarà magari da scartare sin da subito, oppure, tra due scelte legittime, ce ne sarà una migliore dell'altra...

Il problema si complica quando le scelte sono tante, e non è completamente chiaro se una sia meglio dell'altra: ad esempio un giocatore di scacchi deve solo scegliere le mosse migliori... ma quanto è difficile!



A CIASCUNA SCATOLA LA SUA ETICHETTA

Riuscireste a scoprire il contenuto di tre confezioni di muffin sapendo che le etichette che le accompagnano sono sbagliate e potendone aprire solo una?

– Questo posto è il paradiso! – esclama Alice estasiata, non riuscendo a distogliere lo sguardo dalla sac à poche con cui una giovane apprendista pasticciere sta riempiendo di crema dei piccoli canestri di pasta frolla.

La bambina ha l'acquilina in bocca. E, come lei, anche i suoi compagni si guardano intorno golosamente, tra frutta fresca e candita, creme di diversi gusti e colori, decorazioni di zucchero e biscotti appena sfornati.

Gli alunni della 5^a A stanno visitando il laboratorio della pasticceria più antica della città, *Le Tre Meringhe*. A fare loro da guida è il proprietario in persona, il signor Mario, un uomo anziano e paziente, che ha tante storie e tanti aneddoti da raccontare.

Il signor Mario è il bisnipote del fondatore de *Le Tre Meringhe* ed è a sua volta pasticciere. Come tutti, nella sua famiglia. Con orgoglio, spiega ai bambini che il nome della pasticceria è nato da un'abitudine del suo bisnonno: quella di preparare, ogni domenica mattina, tre meringhe personalizzate per le sue tre figlie. E racconta anche di come gli strumenti in uso nella pasticceria siano cambiati nel tempo, diventando sempre più tecnologici.

– Anche se, bambini – aggiunge con fierezza –, nessuna macchina, per quanto evoluta e precisa, potrà mai sostituire la mano e la fantasia di un vero pasticciere! –

I bambini lo ascoltano rapiti, inebriati dal profumo dei dolci, incantati dalla vista di torte, crostate e pasticcini di ogni tipo. Ha proprio ragione Alice, il laboratorio de *Le Tre Meringhe* è quanto di più simile al paradiso possano immaginare!

La visita si avvia a conclusione. Il signor Mario si accinge a salutare i bambini quando uno di loro, Matteo, alza timidamente la mano.

– Signor Mario... – esordisce titubante – prima di andare via, potrei assaggiare un pasticcino per favore? –

– Anche io! – gli fa eco Fabrizio con entusiasmo, affrettandosi poi ad aggiungere: – Uno soltanto... per favore! –

Il signor Mario sorride bonario.

– Ma certo! Anzi, vi dirò di più – annuncia. – Di là, sul bancone della pasticceria, ci sono, già belli e pronti, dei sacchetti con la merenda. Uno per ciascuno di voi. E uno ciascuno anche per i vostri insegnanti, naturalmente. Ma, se volete averli, dovete risolvere un piccolo indovinello... –

I bambini accolgono la notizia con stupore ed entusiasmo, lasciandosi andare a grida ed esclamazioni di gioia e di impazienza.

– Sentiamo, bambini – continua il signor Mario –,
come ve la cavate con gli indovinelli? –

Come un coro disordinato, le voci dei bambini si
accavallano e sovrappongono, in un susseguirsi di:

– Benissimo! –

– Insomma... –

– Io adoro gli indovinelli! –

– Così così... –

– Sono un campione! –

– Oh no!!! Li odio! –

Il signor Mario ride di nuovo. È chiaro che si
diverte moltissimo a interagire con gli alunni
della 5^a A.

– Allora, volete provare a risolvere l’indovinello
che ho in serbo per voi? – chiede, suscitando
un’immediata e fragorosa pioggia di “Sì!” – Bene,
seguitemi! – aggiunge, senza smettere di sorridere.

Il pasticciere accompagna i bambini in una stanza
attigua al laboratorio, tra confezioni di dolci già
preparate, carta da pacco con il logo dorato
de *Le Tre Meringhe* e nastri lucenti pronti per essere
utilizzati, e comincia ad armeggiare con il contenuto
di uno scaffale. I bambini trattengono il fiato, curiosi
e impazienti.

D'un tratto il signor Mario si volta, tenendo un vassoio tra le mani e poggiandolo su un tavolo, proprio davanti al gruppo di bambini. Sul vassoio ci sono tre graziose confezioni rettangolari, ciascuna grande quanto il palmo di una mano. Le scatole sono bianche, decorate con l'inconfondibile logo della pasticceria, e sono chiuse da un bel fiocco rosso corredato di etichetta. I bambini le osservano con attenzione e un po' di sospetto.

– Bene – esordisce il signor Mario con aria solenne –, come vedete, qui ci sono tre confezioni. In ognuna ci sono due muffin. I muffin possono essere alla vaniglia o al limone. C'è un problema, però: le etichette che accompagnano le confezioni sono tutte sbagliate. Qualcuno, un po' sbadato, le ha invertite per errore. –

– Oh! E chi è stato? – chiede istintivamente Davide, allarmato, suscitando come risposta un coro di “*Shhh!*”, “Silenzio!” e “Zitto!”.

Il signor Mario sorride.

– Non ha importanza chi sia stato – replica – perché sono certo che voi sistemerete tutto e capirete cosa c'è davvero nelle tre confezioni. E, se lo farete con successo prima di mezzogiorno – aggiunge, lanciando un'occhiata furtiva all'orologio che

campeggia sulla parete e che segna le 11:45 –, vi prometto che i sacchetti con la merenda saranno vostri. –

Un “oh!!!” di stupore ed euforia percorre istantaneamente il gruppo di bambini, in un crescendo di eccitazione.

– Quindi dobbiamo capire cosa contengono le tre confezioni? – chiede Alice, volgendo lo sguardo al tavolo e alle tre scatoline eleganti poggiate sul vassoio.

– Esatto – annuisce il signor Mario – ma dovete seguire le regole che sto per elencarvi. –

I bambini fanno immediatamente silenzio, pronti all’ascolto.

– Come vi ho già detto, in ogni confezione ci sono due muffin. Possono essere al limone o alla vaniglia, ma sono apparentemente identici. Per capire se si tratta di muffin al limone o di muffin alla vaniglia è necessario assaggiarli – spiega il pasticciere, meticolosamente. – Ciascuna confezione, come vedete, ha una piccola etichetta, ma la dicitura è sbagliata. Il contenuto di ciascuna confezione non corrisponde a quanto troverete scritto sulla sua etichetta. –

I bambini annuiscono, seguendo attentamente il discorso del pasticciere.

– Le tre diciture sono: “Vaniglia & Vaniglia”, “Limone & Limone”, “Vaniglia & Limone” – prosegue il signor Mario. – Il vostro compito è scoprire dove sono davvero i due muffin alla vaniglia, dove sono i due muffin al limone e qual è, invece, la confezione mista vaniglia e limone. Ma per farlo potete aprire una sola confezione e assaggiare uno soltanto dei due muffin che vi sono contenuti. –

– Uno soltanto?!? – esclama Vittorio deluso. – E come si fa? –

– Si può fare, stai tranquillo! Ma sta a voi capire come – replica immediatamente il signor Mario indirizzandogli un sorriso rassicurante. – E, se volete davvero aggiudicarvi il premio, dovete risolvere il problema senza aiuti da parte degli adulti qui presenti. Prima di mezzogiorno. È tutto chiaro? –

I bambini annuiscono di nuovo, ansiosi di mettersi alla prova.

– Bene, buona fortuna! – conclude il pasticciere, facendosi da parte e lasciando che il gruppo si raccolga intorno al tavolo.

– Ok – esordisce Matteo scrutando le tre scatole.
– Apriamone una e vediamo cosa c'è dentro! Poi capiremo cosa c'è nelle altre. Per esclusione. –

I compagni si guardano l'un l'altro, titubanti.

– Aspetta – ribatte Stella –, siamo proprio sicuri che, se apriamo una confezione a caso, poi sarà chiaro che cosa c'è nelle altre? –

– Vediamo... – mormora Davide. – Se apriamo la scatola “Vaniglia & Vaniglia”, siamo sicuri che i muffin che contiene non sono entrambi al gusto di vaniglia, perché il signor Mario ci ha detto che le etichette sono invertite. Quindi potremmo trovare o “Vaniglia & Limone” o “Limone & Limone”. –

– È vero. Però possiamo assaggiare un solo muffin... – ragiona Alice. – Come facciamo a essere sicuri che sia “Vaniglia & Limone” o “Limone & Limone”?

– Bè, se assaggiamo il muffin e scopriamo che è alla vaniglia, è fatta! – replica baldanzoso Fabrizio.
– Sapremo con certezza che la scatola è quella mista... E poi le altre due le riconosciamo per esclusione... –

– Hai ragione! – esulta Vittorio. – A quel punto ci rimangono la scatola “Limone & Limone” e la

scatola “Vaniglia & Limone”, ma sappiamo con certezza che in ciascuna delle due ci sono due muffin uguali. La scatola “Limone & Limone”, però, non può contenere due muffin al limone, perché l’etichetta è sbagliata, quindi contiene per forza due muffin alla vaniglia... –

– Fermo, aspetta un momento! – lo interrompe Matteo, scettico. – E se invece, quando assaggiamo, troviamo un muffin al limone, che facciamo, tiriamo a indovinare? –

– Se troviamo un muffin al limone... – riflette Fabrizio, esitante. – Effettivamente se troviamo un muffin al limone rimaniamo nel dubbio... –

– Accidenti, allora così non va bene... – sospira deluso Davide. – Peccato... –

– È vero, così non va bene – replica Sofia. – Però non dobbiamo abatterci: il signor Mario ha detto che una soluzione c’è. E abbiamo ancora un po’ di tempo per trovarla, no? –

Qual è, secondo voi, la strategia da seguire per scoprire con certezza il contenuto delle tre confezioni?

I bambini restano in silenzio per alcuni minuti. Poi Stella tira fuori dallo zainetto un blocchetto per gli appunti e una matita.

– Che fai? – le chiede incuriosito Matteo.

– Sto iniziando a confondermi, ho bisogno di carta e penna per segnare le combinazioni... – si giustifica sorridendo timidamente.

– Il nostro problema, poco fa, era la scatola mista... – dice Sofia, come se ragionasse ad alta voce. – Come facciamo a sapere se la confezione è mista oppure no, se possiamo assaggiare solo uno dei due muffin? –

Gli altri bambini annuiscono, pensosi. Ognuno di loro è concentrato sulla risoluzione del problema: la prospettiva di poter gustare una golosa merenda preparata dalla pasticceria *Le Tre Meringhe* è davvero allettante...

All'improvviso, Stella ha come un sussulto.

– Ragazzi, c'è un modo per sapere con certezza che la confezione che vogliamo aprire non è mista! – esclama.

– E quale sarebbe? – obietta Davide.

– Sappiamo che le etichette sono tutte sbagliate – spiega Stella con energia.

– Giusto! – le fa eco Alice con un sorriso. – Se le etichette sono sbagliate, nella scatola con l’etichetta “Vaniglia & Limone” non possono esserci due muffin di gusti diversi, ma dovranno esserci per forza o due muffin al limone o due muffin alla vaniglia! –

Anche sul volto di Fabrizio si dipinge un sorriso.

– Sì, è vero! Se noi apriamo la confezione con l’etichetta “Vaniglia & Limone”, sappiamo già in partenza che i due muffin all’interno sono uguali. Se ne assaggiamo uno, siamo sicuri al 100% del gusto di entrambi! E a quel punto, possiamo sapere anche cosa c’è nelle altre confezioni... –

– Quindi – riepiloga Matteo – se noi apriamo la confezione “Vaniglia & Limone”, assaggiamo il muffin ed è, mettiamo, al limone, sappiamo che l’etichetta corretta sarebbe “Limone & Limone”. Rimangono le confezioni “Vaniglia & Vaniglia” e “Limone & Limone”. Visto che le etichette sono sbagliate, la confezione “Vaniglia & Vaniglia” non contiene due muffin alla vaniglia e quella “Limone & Limone” non contiene due muffin al limone. Anche perché quelli al limone li abbiamo già trovati... –

– Per esclusione, allora, la confezione “Vaniglia & Vaniglia” deve essere mista, mentre quella “Limone & Limone” deve contenere due muffin alla vaniglia – conclude Vittorio trionfante.

– Se, invece, quando assaggiamo il muffin scopriamo che è alla vaniglia, allora la confezione che abbiamo aperto è sicuramente “Vaniglia & Vaniglia”. Il resto del ragionamento funziona allo stesso modo: basta scambiare le parole Vaniglia e Limone! – chiosa Sofia, soddisfatta.

– Che ne dite se adesso apriamo la confezione “Vaniglia & Limone”? – propone Fabrizio con un sorriso furbo.

– Sì! – esclamano gli altri bambini in coro.

– Posso essere io ad assaggiare? O posso averne almeno un pezzettino? – chiede Davide con l’acquolina in bocca.

I suoi compagni ridono, divertiti e contenti. Sono pronti a mettere alla prova la loro strategia e a guadagnarsi un delizioso lieto fine.

E così gli alunni della 5^a A possono finalmente gustare la golosa merenda preparata appositamente per loro dalla rinomata pasticceria *Le Tre Meringhe*.

Per saperne di più

In questo indovinello, ci colpisce un aspetto particolare del ragionamento dei bambini: ci sono due diverse eventualità da considerare, ma gli alunni della 5^a A si concentrano in dettaglio sulla prima, per poi convincersi che il ragionamento funzioni nello stesso modo anche per quanto riguarda la seconda.

*Ebbene, anche i matematici fanno spesso così, per rendere più breve e rapida la soluzione di un problema. Ad esempio, un matematico direbbe: **senza perdita di generalità**, supponiamo che il muffin assaggiato sia al limone. Nel caso contrario, non cambia niente, **basta scambiare** la vaniglia con il limone e il risultato non cambia.*

Per fortuna, nel nostro racconto il problema è esattamente simmetrico e lo scambio si può fare senza problemi. Infatti, ai fini della risoluzione dell'indovinello, non ha alcuna importanza quali siano i gusti con cui abbiamo a che fare: il racconto e il ragionamento funzionerebbero, per dire, anche con i gusti fragola e lampone...

Comunque, per non incorrere in errori e per capirsi, bisogna essere davvero sicuri che i casi restanti, quelli che non si analizzano nel dettaglio,

siano davvero analoghi. Inoltre queste piccole “scorciatoie” vanno bene tra matematici, ma non cercate di usarle con il vostro insegnante! Ad esempio, se un esercizio vi chiede di calcolare 10 somme, non è sufficiente calcolare solo la prima somma, per poi dire che le altre si fanno in modo analogo...

A cosa servono gli enigmi e gli indovinelli? A divertirsi, direte voi, a mettersi alla prova, a imparare, ad allenare la propria intelligenza... La buona notizia è che non bisogna per forza risolverli da soli. La maggior parte degli enigmi e degli indovinelli è piuttosto difficile, se non si ha molta esperienza; a volte, tuttavia, basta un piccolissimo suggerimento per ritrovarsi sulla buona strada...

Di solito, di fronte a un enigma o a un indovinello impegnativo, si tende a disperare e ad arrendersi. La cosa migliore, però, sarebbe dialogare con la persona che pone l'indovinello e farsi dare un suggerimento o lasciarsi guidare, per poi arrivare (magari da soli) alla soluzione. La cosa più importante, in ogni caso, è capire la soluzione.

Studiare la matematica funziona nello stesso modo: all'inizio, si viene guidati e aiutati. Inoltre, prima di risolvere dei problemi matematici da soli, è

utile capire come altre persone hanno risolto dei problemi analoghi: a volte si può semplicemente adattare una strategia già vista, e si è molto facilitati. Quindi adesso, dopo aver visto come si risolve questo indovinello, potrete risolvere da soli altri indovinelli simili.

Magari vi farà piacere sapere che, nel mondo, ci sono alcune grandi aziende che, per mettere alla prova le persone che chiedono di lavorare per loro, propongono proprio degli indovinelli logici come quello che avete appena letto!



IL COMPLEANNO DI MAGO MERLINO

All'affollata festa di compleanno di mago Merlino ci si saluta stringendosi la mano. Tra tutti gli invitati, ce ne sono almeno due che hanno stretto la mano esattamente allo stesso numero di persone. Sapreste spiegare perché?

I dodici rintocchi della mezzanotte risuonano nella sala buia e silenziosa.

All'improvviso, come investita da una folata di vento, l'imponente porta di legno si spalanca. Ed ecco che, sui maestosi lampadari di cristallo, si

accendono e brillano le candele, mentre una musica allegra si diffonde nell'aria.

Gli spessi teli che coprivano i lunghi tavoli del salone volano via, rivelando la presenza di pietanze e bevande di ogni tipo. Stufati, focacce, torte, biscotti e budini punteggiano e colorano le lucenti tovaglie bianche ricamate d'oro.

In un batter di ciglia, la grande stanza silenziosa si è riempita di luce e di suoni. Eleganti e distinti, sulla soglia cominciano ad apparire, puntualissimi, i primi ospiti. La grande festa in onore del mago Merlino può finalmente avere inizio!

Allo scoccare della mezzanotte, il mago più famoso del mondo ha compiuto 850 anni e amici, parenti e colleghi sono giunti da ogni angolo della Terra per celebrarlo. Una festa esclusiva, riservata alle élite del mondo magico, di cui si scriverà per giorni e giorni sui rotocalchi.

Fate e folletti, streghe e stregoni entrano uno dopo l'altro nella grande sala addobbata a festa.

Merlino, con l'inconfondibile, lunghissima barba bianca, il cappello a punta e la veste di seta blu che sfiora il pavimento di marmo, attende i suoi ospiti all'ingresso, salutandoli ad uno ad uno con un sorriso, qualche parola e una stretta di mano.

Accanto a lui c'è il suo giovane apprendista, Cedric. Un ragazzino intelligente e dotato di poteri magici, ma ancora inesperto.

Impettito, emozionato e un po' impacciato, Cedric osserva gli ospiti che entrano e salutano il suo maestro e rivolge a ciascuno di loro un inchino pieno di ossequio e di ammirazione.

Tra gli ospiti ci sono personaggi di fama internazionale, i cui nomi compaiono spesso su quotidiani, riviste e notiziari magici. Anche se il più celebre di tutti resta, senza ombra di dubbio, il festeggiato.

Mentre gli invitati riempiono la sala, Cedric li osserva riunirsi in piccoli gruppi e salutarsi tra loro. Si scambiano strette di mano talvolta calorose, talvolta un po' fredde, di circostanza, e pronunciano anche qualche parola.

Alcuni ospiti sembrano amici di vecchia data, altri paiono guardarsi quasi in cagnesco, come se li dividesse qualche antica rivalità. Il clima generale, tuttavia, è disteso, gioviale, allegro. Tutti sono accorsi per celebrare il mago per eccellenza che, dalla sua posizione, si guarda intorno compiaciuto.

La sala è ormai piena, brulicante di vita e di voci.

– Riconosci qualcuno? – chiede Merlino al suo giovanissimo apprendista, chinandosi verso di lui.

Cedric annuisce, entusiastico e un po' turbato dalla vista di così tanti personaggi famosi. Per lui, che spera di poter appartenere, un giorno, al circolo dei maghi più ammirati del pianeta, essere alla festa di compleanno di mago Merlino è un sogno ad occhi aperti.

– Vuoi che ti presenti qualcuno dei tuoi idoli? – chiede ancora Merlino, accarezzandosi la folta barba bianca.

Cedric sgrana gli occhi.

– Certo, sì, sì signore! – si affretta a rispondere, emozionato e impaziente, aggiungendo poi, con un tono quasi implorante: – Per piacere! –

Il mago sorride. Dietro alle lenti degli occhiali, i suoi occhi brillano di compiacimento.

– Lo farò, lo farò – lo rassicura. – Ma ad una condizione. –

– Una condizione? – ripete Cedric, con stupore misto a preoccupazione.

Conosce bene il suo maestro e sa quanto sappia essere severo ed esigente...

– A condizione che tu risponda ad una domanda. Una soltanto – replica Merlino, fissando i suoi occhi grigi in quelli blu del ragazzino. – I premi vanno meritati, non dimenticarlo mai! –

Cedric annuisce, assumendo un'aria seria e compita.

– E quale sarebbe la domanda? – chiede con timore.

– Ascolta attentamente quello che ti dico – esordisce il mago, scandendo bene ogni parola, come se stesse tenendo una lezione. – Tra i partecipanti ad una festa come questa, ci sono sempre almeno due persone che hanno stretto la mano allo stesso numero di invitati. Sapresti dirmi perché? –

Il ragazzino lo guarda un po' spaesato.

– Stai dicendo che sei proprio sicuro che qui dentro ci siano due persone che hanno stretto la mano esattamente allo stesso numero di persone? E che, per saperlo, non hai bisogno di contarle? – chiede, perplesso.

– Sì, posso dire con certezza che, tra tutti gli invitati, ce ne sono *almeno* due che hanno stretto la

mano allo stesso numero di persone. E magari ce ne sono anche più di due... – conferma Merlino.

Poi, dopo una breve pausa, chiarisce:

– Considera che nessuno può stringere la mano a sé stesso. E non vale neppure se qualcuno stringe la mano ad una persona più di una volta. Teniamo conto soltanto delle prime strette di mano. Come faccio, quindi, ad essere certo della mia affermazione? –

Sapreste rispondere alla domanda di Merlino?

Cedric china la testa, pensieroso. Poi si guarda intorno, come se potesse trovare la risposta nella confusione che lo circonda. Streghe, maghi, folletti e fate affollano la stanza, parlano, ridono, assaggiano stufato o dolci e sorseggiano nettare e vino. Come si fa a sapere con certezza chi ha stretto la mano a chi?

Il ragazzino pensa e ripensa. In una festa, possono esserci persone che hanno stretto la mano a tutti i presenti e persone che hanno salutato solo alcuni. E se ci fosse qualcuno che non ha stretto la mano proprio a nessuno? Come si fa ad essere certi che

almeno due invitati abbiano salutato lo stesso numero di persone?

– Non troverai la risposta guardandoti intorno – lo ammonisce Merlino con benevolenza. – Hai già tutti i dati che ti servono per risolvere il problema. Tutto ciò di cui hai bisogno è qui, nella tua testa! –

E, così dicendo, appoggia l'indice sulla fronte del ragazzino. Cedric gli rivolge uno sguardo interrogativo.

– Davvero? – replica stupito. – Ma sembra così complicato... –

Merlino sorride.

– A volte, per risolvere un problema che ci sembra troppo astratto, può essere utile fare un esempio concreto – suggerisce, con aria comprensiva. – Puoi pensare a dei numeri, e magari lavorare su quelli. –

Il ragazzino lo ascolta attentamente.

– Posso immaginare una festa con un numero piccolo di invitati... – mormora, titubante.

Il mago fa un cenno di assenso con la testa, incitandolo a proseguire.

– Immagino una festa con 10 persone – continua Cedric, ragionando ad alta voce. – Bene. Se ci sono

10 persone in totale, come faccio a stabilire che due di loro hanno sicuramente salutato lo stesso numero di persone? –

Il ragazzino strizza gli occhi chiari, assorto e concentrato.

– Forse devi considerare quali sono il numero minimo e il numero massimo di persone che ciascuno di loro può aver salutato... – suggerisce Merlino, evasivo.

Cedric annuisce.

– Potrebbe esserci qualcuno che ha salutato tutti – dice dopo qualche istante di silenzio. – Quindi, se ci sono dieci persone in totale, almeno una di loro potrebbe aver salutato tutte le altre nove persone. –

– Però – aggiunge subito dopo – potrebbe esserci anche qualcuno che non ha salutato nessuno. In quel caso, nessuno degli altri presenti potrebbe dire di avere salutato tutti. –

– Bene. Come vedi, i due casi che hai menzionato si escludono a vicenda – sancisce Merlino.

– Sì – conferma Cedric. – Quindi, se tutti i presenti hanno salutato almeno qualcuno, il numero di persone a cui hanno stretto la mano va da un minimo di 1 a un massimo di 9. Se invece c'è

qualcuno che non ha salutato nessuno, quel numero deve essere compreso tra un minimo di 0 e un massimo di 8. Perché in questo secondo caso non è possibile che qualcuno abbia stretto la mano a tutti, dato che uno degli invitati non ha stretto la mano a nessuno. –

Merlino sorride, compiaciuto.

– Bravo, ragazzo – dice. – Adesso ti manca solo il passo finale. Hai 10 persone presenti alla festa e un numero possibile di strette di mano che va da 1 a 9 oppure da 0 a 8. –

Cedric annuisce di nuovo, stavolta con convinzione.

– Adesso ho capito, ho capito! – esclama. – Ci sono 9 possibilità per il numero di strette di mano fatte da una singola persona, che sia da 1 a 9 o da 0 a 8. Ma gli invitati sono 10. Se io devo prendere 10 volte un numero da una lista con 9 numeri, per forza dovrò prenderne uno uguale almeno due volte! –

Il ragazzino sorride.

– Quindi, tra i 10 invitati alla festa, ce ne sono almeno due che hanno stretto la mano allo stesso numero di persone – conclude, con gli occhi che gli brillano per la soddisfazione. – E lo stesso

ragionamento sarebbe valido anche se ci fossero più invitati... –

– Giusto! – si complimenta Merlino dandogli una pacca sulla spalla. – Non è importante quanti invitati ci siano alla festa: il ragionamento funziona in ogni caso. Per essere precisi, è sufficiente che ci siano almeno due partecipanti alla festa, cosa che accade sempre, in ogni festa che si rispetti. E ora... quali celebrità del mondo magico vuoi che ti presenti, Cedric? –

Per saperne di più

*La domanda che Merlino rivolge a Cedric si ispira al **principio dei cassetti**, un argomento classico della matematica, che riguarda le ripetizioni. La sua versione base afferma che, se si hanno più scelte rispetto alle opzioni possibili, ci saranno per forza delle ripetizioni.*

Ad esempio, immaginiamo che in una scatola ci siano tanti calzini, ma di soli quattro colori diversi. Se prendiamo cinque calzini a caso, allora sicuramente prenderemo almeno due calzini dello stesso colore (anche se non possiamo sapere in anticipo di quale colore saranno). Ciò significa che

potremmo anche prendere più di due calzini dello stesso colore, o magari due coppie di colori diversi.

Una versione più precisa del principio dei cassetti offre informazioni anche sul numero di ripetizioni che è possibile ottenere.

Ad esempio, se lanciamo una moneta per cinque volte, avremo almeno 3 ripetizioni, vale a dire che otterremo almeno 3 volte lo stesso risultato: quindi, almeno 3 volte testa o almeno 3 volte croce.

Come si ottiene questo numero minimo di ripetizioni? Si divide il numero dato, cioè 5, per il numero di possibilità (in questo caso, testa o croce), e cioè 2. Il quoziente che otteniamo è 2,5. Dato che questo numero non è intero, allora si considera il numero intero immediatamente successivo, che è 3.

Per capire questo conto, pensiamo che il minor numero di ripetizioni si ottiene quando i risultati sono il più possibile equamente suddivisi.

*Così, ad esempio, lanciando una moneta quattro volte, il **caso sfortunato** è che si ottengano 2 volte testa e 2 volte croce. Se a questo punto effettuiamo un quinto lancio, sappiamo già che otterremo o testa o croce. In totale, quindi, dopo cinque lanci, avremo ottenuto almeno 3 volte testa o almeno 3 volte croce: 3 è quindi il **numero ottimale** che è*

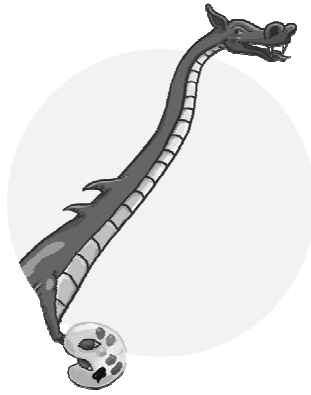
possibile ottenere in tutte le circostanze con 5 lanci.

Notate che spesso i matematici, per capire un problema, si concentrano proprio sul caso peggiore, dato che tutti gli altri casi che è possibile considerare si possono fare analogamente o, addirittura, più facilmente.

Nel racconto, abbiamo anche visto come, per capire e risolvere il problema, sia stato lecito esemplificarlo, e cioè fare ricorso ad un esempio concreto.

Per nostra fortuna, molte proprietà della matematica si possono capire con degli esempi: nei casi in cui il ragionamento e la procedura utilizzati per comprendere e risolvere i casi particolari ci guidano alla comprensione e risoluzione del caso generale.

Ma attenzione! Per dimostrare una qualche proprietà generale, fare un esempio non è sufficiente: bisogna essere in grado di estrarre dall'esempio una regola generale e verificare (o convincersi senza ombra di dubbio) che funzioni sempre.



QUADRI CHE NON QUADRANO

È possibile rimettere nel giusto ordine una serie di quadri scambiandone due alla volta?

È finalmente arrivato il gran giorno: oggi Carboncino inaugura la sua prima mostra! Il re e la regina di Vallerovente gli hanno permesso di esporre le sue opere lungo un bellissimo corridoio del castello di Rocca Scintilla.

La mostra rimarrà aperta per dieci giorni. E, se i suoi lavori riceveranno recensioni positive,

Carboncino verrà premiato con il prestigioso titolo di “Pittore di corte”.

Il giovane artista è comprensibilmente nervoso ed emozionato. È la prima volta nella storia del regno in cui un drago – eh sì, perché Carboncino è un drago, anche se di piccole dimensioni – ha la possibilità di ottenere un incarico a corte.

E che incarico! Sarebbe un onore immenso, che riempirebbe di orgoglio tutta la sua famiglia. Il giovane artista non sta più nelle squame!

Il corridoio in cui si svolge la mostra è percorso da un lunghissimo tappeto rosso, che gli dona una piacevole nota di colore. Su una delle due pareti si aprono delle ampie finestre, che offrono una vista mozzafiato su Vallerovente. Carboncino ha trascorso tutta la mattina a sistemare i suoi quadri sull'altra parete, bianca e completamente spoglia. Dopo lunghi momenti di riflessione e vari ripensamenti, ha deciso di esporre una serie di dipinti intitolata *Dalla A alla Z*. La serie comprende tutte le lettere dell'alfabeto: ciascuna è racchiusa in un quadro di piccole dimensioni, che è anche un tassello di un racconto figurato. Per questo, è di vitale importanza che le lettere siano disposte

proprio come suggerisce il titolo, dalla A alla Z, rispettando rigorosamente l'ordine alfabetico.

– Sei pronto? Tra un'ora il re e la regina daranno ordine di aprire i cancelli! – esclama con voce squillante un piccolo folletto svolazzante, planando sulla testa del drago e poi poggiandosi sulla sua spalla.

È Lampo, amico di Carboncino. Il folletto e il drago sono cresciuti tra i boschi di Vallerovente e hanno giocato insieme sin da bambini. È stato Lampo a riconoscere, per primo, il talento artistico del drago e a spingerlo a presentarsi a corte e a mostrare le sue opere ai sovrani.

– Sì – risponde Carboncino guardando soddisfatto i quadri appesi sulla parete. – Mi sembra tutto in ordine... tranne il mio stomaco! –

E, così dicendo, si passa una mano sull'addome.

– Sei nervoso, vero? – gli chiede comprensivo Lampo. – Sai cosa dovresti fare? Dovresti andare in cucina a bere una bella tisana, per poi rilassarti su un bel divano comodo. Così, quando i cancelli verranno aperti, sarai in forma e pronto ad accogliere i visitatori! –

Carboncino non sembra convinto.

– No, non mi va di allontanarmi dai miei dipinti... – mormora, scuotendo lievemente la testa.

– Ma che vuoi che succeda ai tuoi dipinti! – lo canzona Lampo, prorompendo in una risata. Poi, notando l'espressione seria dipinta sul volto dell'amico, lo rassicura con tono allegro: – Stai tranquillo, rimarrò io qui a fare la guardia, mentre tu vai a bere qualcosa e a riposare. Te lo prometto, i tuoi dipinti sono al sicuro! –

Il folletto appoggia la piccola mano sul petto, con fare solenne. Dopo qualche istante di esitazione, Carboncino sospira.

– Hai ragione... avrei proprio bisogno di rilassarmi – mormora, quasi parlasse tra sé – e poi, se tu resterai qui... so che posso fidarmi di te! –

Lampo annuisce, sorridendo, e ricomincia a svolazzare per il corridoio.

– Da quassù ho tutto sotto controllo! – esclama.
– Vai e riposati! –

Carboncino gli rivolge un sorriso pieno di gratitudine e si allontana lungo il corridoio, diretto alle cucine del castello. Il folletto continua a svolazzare allegramente qua e là.

Dopo qualche istante di silenzio, una palla rotola

rumorosamente sul tappeto rosso, inseguita dalle teste ricciolute di due bambini. Sono il principe Astro e la principessa Luna e stanno correndo a perdifiato lungo il corridoio, producendo un gran baccano!

– Ehi, piccolini! Ehi! – dice a gran voce il folletto, planando verso il pavimento. – Qui non si può giocare a palla! C'è una mostra, tra poco arriveranno i visitatori! –

I due bambini si fermano e, ansimanti, si voltano a guardarlo.

– Non è colpa nostra... – esclama il principe Astro con un sorrisetto furbo. – È la palla che è scappata! –

– Sai, è una palla un po' briccona! – gli fa eco la principessa Luna con una risatina.

Il folletto sorride a sua volta, conquistato da quelle faccine paffute e simpatiche.

– Va bene, va bene – replica.

Poi, recuperando la palla dal pavimento, aggiunge: – Venite, ora portiamo questa palla briccona lontano da qui! Avanti, marsch! –

E, così dicendo, vola fuori dal lungo corridoio, diretto al cortile del castello, seguito dai due

bambini. L'eco dei loro passi e delle loro voci si fa sempre più distante, fino a dissolversi.

Nel corridoio deserto regna il silenzio. Ma ecco che, all'improvviso, sul tappeto rosso appare un'ombra furtiva. A passi felpati ma rapidi, la figura si muove da un capo all'altro della stanza, ripetutamente. Accidenti: sta staccando e riattaccando i dipinti dalle pareti!

– Ehi, cosa stai facendo? Fermo! – grida all'improvviso Lampo, riapparso in volo sopra al corridoio. – Giù le mani da quei quadri! –

L'ombra trasecola e, dopo aver appeso al muro l'ultimo quadro, si appresta ad abbandonare in gran fretta il corridoio.

– Lignite, che cosa hai combinato?! – esclama il folletto con orrore, accorgendosi che i quadri sono stati tutti spostati e riconoscendo l'autore del gesto.

È Lignite, un tempo pittore di corte, licenziato dal re per un ritratto malriuscito e spedito a lavorare nelle stalle.

– Questa mostra sarà un fallimento – esclama Lignite con un sorriso beffardo. – Il re ne prenderà atto, cacerà il draghetto e io potrò finalmente riavere il mio posto! –

– Sai benissimo che non è colpa di Carboncino se sei stato licenziato! – esclama Lampo indignato e furente. – Dirò a tutti che hai cercato di sabotare la sua mostra! –

Lignite ride.

– E io dirò che non è vero – ribatte. – Non hai prove contro di me! Sarà la tua parola contro la mia. E sembrerà a tutti che stai accusando un innocente, con il solo scopo di aiutare quel pittore senza talento del tuo amico... –

Poi, lanciando al folletto un'occhiata di sfida, Lignite abbandona il corridoio a passo svelto.

Lampo si guarda intorno desolato: manca poco più di mezz'ora all'inizio della mostra e i quadri sono tutti in disordine! Che cosa dirà Carboncino, quando si renderà conto del disastro? Come reagirà? Gli si spezzerà il cuore, ecco cosa accadrà! E non si fiderà mai più del suo migliore amico. Anzi – Lampo rabbrivisce al solo pensiero – è probabile che non voglia più essere suo amico...

Il povero folletto non può permettere che ciò accada. Deve trovare una soluzione, e in fretta. Ma, ahimè, i quadri, anche se piccoli, sono troppo pesanti per poter essere spostati da una creaturina esile come lui... cosa si può fare?

In quell'istante, un pensiero gli balena nella testa. In un batter d'occhio, vola via dal lungo corridoio, diretto chissà dove. E, quando riappare, una manciata di minuti più tardi, è accompagnato dal principe Astro e dalla principessa Luna. I due bambini lo seguono incuriositi e un po' sospettosi.

– Non ho ben capito... cosa dobbiamo fare? – chiede la principessina guardandosi intorno.
– I quadri sono tutti appesi, proprio come prima... –

– Ma non sono nell'ordine giusto – spiega Lampo con aria seria. – Sono stati spostati. E noi abbiamo poco tempo per rimetterli a posto. –

– E quale sarebbe l'ordine giusto? – domanda il principino.

– Su ogni quadro c'è una lettera dell'alfabeto – dice ancora Lampo. – Vanno risistemati dalla A alla Z, partendo dalla sinistra. –

E, così dicendo, indica una delle due estremità del corridoio, quella più vicina all'ingresso.

I bambini annuiscono. Sono molto affezionati a Carboncino e farebbero di tutto per aiutarlo.

– Va bene... da dove cominciamo? – chiedono Astro e Luna guardandosi intorno.

– Bella domanda... – mormora il folletto, pensoso.

– Possiamo toglierli tutti dal muro e poi riordinarli uno alla volta... – propone Astro guardandosi intorno.

– Non so, temo che combineremmo un gran caos... – ribatte perplessa Luna. – Non possiamo togliere tutti i quadri e metterli sul pavimento, non c'è posto e rischieremmo di inciampare... e anche appoggiarli al muro sarebbe troppo rischioso, potremmo colpirla per sbaglio con i piedi mentre cerchiamo di appendere un altro quadro... Non possiamo rovinare i quadri di Carboncino!

Secondo voi, quale strategia possono adottare Lampo, Astro e Luna per rimettere i quadri nel giusto ordine?

Astro sbuffa, contrariato. Poi si dirige verso la lettera A, finita nel mezzo della parete, molto lontana dal posto che le spetta.

– Io intanto prendo questa e la metto all'inizio! – esclama. – Da qualche parte dobbiamo pur cominciare... –

E, staccando la lettera A, la porta dove dovrebbe stare, in capo all'alfabeto, come primo quadro della

mostra. Proprio là dove, al momento, campeggia la lettera G... che pasticcio!

– Aspetta, io stacco il quadro con la G così ti faccio posto... – continua Luna. – Quale sarebbe la posizione giusta della G? –

I due bambini si guardano intorno. Poi cominciano a contare le lettere.

– Aspettate... – li interrompe d'un tratto Lampo. – Non è necessario. Mettete la G nel posto vuoto lì in mezzo, dove prima c'era la A! –

I due bambini lo guardano con aria interrogativa.

– Ma magari non è il suo *vero* posto! – obiettano in coro il principe e la principessa.

– Fate come vi dico! – li esorta il folletto, svolazzando intorno a loro. – Poi andiamo a cercare la B e la mettiamo a destra della A, dove adesso c'è una P. E portiamo la P nel posto libero, che prima era occupato dalla B. E poi andiamo a cercare la C... –

– Quindi... proponi di scambiare due quadri alla volta? – chiede esitante Luna.

Il folletto annuisce.

– Dici che funziona? Dici che faremo in tempo? – chiede ancora la bambina.

– Sì, dico di sì – la rassicura Lampo. – Faremo le cose in modo ordinato e non rischieremo né di sbagliare, né di inciampare sui quadri! –

– Che cosa aspettiamo, allora? Mettiamoci al lavoro! – esclama con energia Astro.

I due bambini seguono attentamente le istruzioni di Lampo, correndo svelti da un capo all'altro del corridoio. Lavorano come una squadra ben organizzata, sotto lo sguardo attento e preoccupato del folletto.

Di lettera in lettera, scambiandone sempre due alla volta, i bambini arrivano fino a posizionare la lettera V a destra della lettera U. A quel punto, tutte le lettere dalla A alla V sono nel posto giusto. E, alla destra della V, è rimasta un'unica lettera: la Z, l'ultima dell'alfabeto, che è esattamente dove dovrebbe essere.

– Evviva! Ce l'abbiamo fatta! – esultano in coro Luna, Astro e Lampo.

Il folletto tira un sospiro di sollievo: la mostra di Carboncino non è compromessa e anche la loro amicizia è salva!

Per saperne di più

*Questa storia si basa sulla **teoria matematica delle permutazioni**, cioè degli scambi (meglio detti “riordinamenti”) di oggetti. Le possibili permutazioni sono tantissime, anche quando gli oggetti sono pochi. Basti pensare che il modo in cui 10 persone si possono disporre in una fila è il prodotto dei numeri da 1 a 10 – un prodotto che è maggiore di 3 milioni! E i possibili riordinamenti dell’alfabeto italiano sono il prodotto dei numeri da 1 a 21, che è un numero enorme, che ha ben 20 cifre decimali!*

Come si ottengono questi numeri? Proviamo a spiegarlo con un esempio semplice: immaginiamo di dover disporre 3 persone in una fila. Abbiamo 3 possibili scelte per occupare la prima posizione.

Una volta fissata questa, rimangono 2 persone tra cui scegliere chi va nella seconda posizione. Fissata anche questa, l’ultima persona rimasta occupa il terzo posto della fila. Riassumendo: abbiamo una prima scelta tra 3 persone e una seconda scelta tra 2 persone, per un totale di $3 \times 2 \times 1 = 6$ riordinamenti possibili.

Un fatto base della teoria delle permutazioni è che ogni riordinamento di oggetti si può ottenere

con delle **trasposizioni**, cioè dei riordinamenti che scambiano tra loro solo due oggetti alla volta. Inoltre, ogni trasposizione si può ottenere scambiando tra loro degli oggetti vicini. Ad esempio, immaginiamo di voler scambiare la A e la D nell'alfabeto: possiamo scambiare la A con la B, poi la A con la C e infine la A con la D ottenendo BCDAEFG..., quindi scambiamo la D con la C e poi la D con la B ottenendo DBCAEFG... proprio come desideravamo.

Un altro fatto interessante delle permutazioni è che gli oggetti vengono spostati in gruppi, detti **cicli**. Ad esempio, se la maestra cambia posto a tutti gli alunni della classe, magari Anna prende il posto di Beatrice, Beatrice quello di Claudio, e Claudio quello di Anna: in questo caso Anna, Beatrice e Claudio si sono scambiati i posti in modo ciclico.

È anche utile distinguere le permutazioni secondo la loro **parità**. Una permutazione si dice pari se si ottiene facendo un numero pari di trasposizioni, e si dice dispari se si ottiene con un numero dispari di trasposizioni.

Forse avete familiarità con il cosiddetto gioco del 15, un rompicapo classico in cui bisogna riordinare 15 numeri disposti su una superficie

quadrata dotata di 16 caselle. Una di queste caselle è vuota e si colloca in basso a destra. In questo gioco, ad esempio, se abbiamo cura di mantenere la casella vuota sempre in basso a destra, si possono ottenere solo la metà delle configurazioni possibili dei numeri da 1 a 15, dato che si possono fare solo permutazioni pari...



I DUE DADI

Se lanciate due comuni dadi a sei facce e sommate i risultati, qual è il numero che otterrete con maggiore probabilità?

– Uffa! – sbuffa Edo sconsolato, lasciando cadere la matita sul quaderno. – Non ce la faremo mai a ripassare tutto per domani... –

Accanto a lui, Elena sospira, altrettanto abbattuta.

– Ci sono ancora un sacco di argomenti da rivedere. –

I due bambini frequentano la quarta elementare e stanno studiando insieme in vista della verifica di matematica e geometria dell'indomani mattina. Ma, più il tempo passa, più si sentono demoralizzati.

– Vediamo un po' quante pagine mancano – dice Elena prendendo il libro tra le mani e cominciando a sfogliarlo.

– Troppe! – ribadisce Edo. – La verifica è su quasi tutto il programma dell'anno... come facciamo a fare tutto? –

– Andiamo avanti e vediamo dove arriviamo... – propone Elena con voce stanca, lasciando scivolare il libro aperto sul tavolo.

La pagina è colorata, piena di numeri, segni e disegni. In alto, sulla sinistra, campeggia il titolo *La proprietà invariantiva della divisione*. Le lettere che lo compongono sono in stampatello grassetto, di un bell'arancione acceso. Sulla destra, proprio accanto al titolo, c'è una figurina disegnata: è uno gnomo dalla barba bianca, con una giubba verde e con un bel cappello a punta, rosso scarlatto. Sul palmo aperto della sua mano ci sono i due punti della divisione, anch'essi in grassetto e di colore arancione. Lo gnomo sembra intento a fare

l'occholino al lettore. Il suo nome è Matemax e, a quanto pare, è la piccola mascotte del sussidiario.

– Dovrebbero inventare una tecnica per leggere le cose una volta soltanto e ricordarle... – fantastica Edo. – Si risparmierebbe un sacco di tempo! –

Elena sorride.

– Oppure, imparare a fare un'operazione una volta e poi essere capaci di calcolare senza sforzo e senza errori tutte le operazioni dello stesso tipo... – continua il bambino, trasognato. – Sarebbe molto più facile... –

– Eh sì – annuisce la bambina. – Sarebbe così bello, imparare tutto al primo colpo... Peccato che una tecnica così non esista... –

– Magari esiste, ma nessuno ce l'ha insegnata... – ipotizza Edo.

– Se esistesse, però, sarebbe famosa... tutti vorrebbero conoscerla – obietta Elena. – Se nessuno ne parla, probabilmente è perché non esiste. –

– O forse esiste, ma è un segreto! – mormora una vicina.

I due bambini sobbalzano, scambiandosi uno sguardo allarmato.

– Chi ha parlato? – domanda Elena con una punta di ansia nella voce. – Sei stato tu? –

Edo scuote la testa, guardandosi intorno. Nella stanza – il soggiorno dell'appartamento in cui vive con la sua famiglia – non c'è nessuno oltre a loro due. E la porta che si affaccia sul corridoio è accostata.

Una risatina leggera pervade l'aria.

Infastidito, Edo si alza e va a guardare dietro alla porta, pensando che uno dei suoi fratelli gli stia facendo uno scherzo. Ma non c'è nessuno. Anche il corridoio antistante è vuoto...

– Edo, Edo... –

Elena è scattata in piedi e, con gli occhi sgranati, indica un punto del tavolo davanti a sé.

– Che cosa... – il bambino non fa in tempo a completare la domanda che un brivido gli corre lungo la schiena, bloccandolo.

Anche lui ha visto qualcosa. Lì, sul tavolo. Qualcosa di straordinariamente spaventoso. O di spaventosamente straordinario. Un ometto minuscolo, con una faccia rotonda e sorridente e una lunga barba bianca. E anche un cappello a punta e una giubba verde.

– Ma-te-max? – balbettano sbalorditi i due bambini, riconoscendo la mascotte del loro sussidiario. – Sei proprio tu? –

– In persona – esclama lo gnomo con la sua vocina. – Ma, per favore, chiamatemi Max. Non mi piacciono le formalità. –

E, così dicendo, si alza in piedi sulla pagina del libro e comincia a saltellare di buona lena.

– Non ne potevo più di stare fermo in quella posizione... – spiega. – Con quella mano aperta in avanti. È proprio scomodo stare tanto tempo così, sapete? Ora finalmente posso sgranchirmi un po'. –

Accanto al titolo, sulla pagina dedicata alla proprietà invariante della divisione, sono rimasti solo i due punti, con il loro luminoso arancione. Lo gnomo che li teneva nella mano è svanito. O meglio, ha lasciato la pagina per saltellare, in carne ed ossa, sul libro aperto.

– Tu sei vero? – chiede Edo avvicinandosi con cautela e osservando quello strano ometto barbuto.

– Per caso ti sembro finto? – ribatte lo gnomo piccato, continuando a saltellare.

I due bambini si scambiano occhiate incerte e guardinghe. Poi, lentamente, tornano a sedere ai loro posti, proprio di fronte a Max.

– Vivi dentro al libro? – domanda Elena, incredula e incuriosita.

Lo gnomo annuisce.

– Non immaginate che noia – spiega, sospirando. – Stare tutto il giorno fermo lì, ad ascoltare le vostre lamentele! Mai nessuno che rida o si diverta quando mi guarda! Eppure sono un tipo simpatico... molto simpatico! –

Edo ed Elena si scambiano un'occhiata: non è mai capitato neanche a loro di aprire il sussidiario con il sorriso sulle labbra...

Max sembra intuire i loro pensieri.

– Conosco un metodo infallibile per studiare e imparare velocemente – esclama, con un sorriso che gli illumina il viso. – E potrei insegnarvelo! Ma solo se prima giocherete un po' con me... –

– Giocare con te? – ribatte Edo. – Che cosa vuol dire? –

– Vuol dire che, se volete il mio aiuto, dovete battermi in un gioco scelto da me... –

– Un gioco scelto da te, dici? – ripete Elena. – E che tipo di gioco sarebbe? –

Con uno schiocco di dita, Max fa apparire sul tavolo un tabellone con tante caselle colorate. Sembra una specie di enorme gioco dell’oca. In un angolo del tabellone ci sono due pedine rotonde, una rossa e una blu, grandi quanto dei biscotti, e due dadi dall’aspetto molto comune, bianchi, con i soliti pallini neri, da 1 a 6.

I bambini osservano la scena a bocca aperta.

– Questa è mia! – esclama lo gnomo schioccando di nuovo le dita e facendo muovere la pedina rossa. La pedina vola roteando sul tavolo e si poggia su una casella gialla, nel mezzo del tabellone.

– Wow, sei proprio magico! – esclamano all’unisono Elena ed Edo, osservando la scena con un misto di stupore e curiosità.

Si chiedono che cosa Max possa avere in serbo per loro...

– E adesso, le regole! – annuncia lo gnomo con aria seria, schiarendosi la voce con un colpetto di tosse. – Come vedete, sul tabellone c’è la mia pedina rossa. Mentre da quella parte ci sono due dadi e una pedina blu. Il gioco a cui vi sfido è questo: dovete

scegliere a quante caselle di distanza dalla pedina rossa posizionare la pedina blu. Poi lancerete i due dadi e sommerete i due risultati, ottenendo un numero compreso tra 2 e 12. Se il numero che totalizzerete corrisponderà alla distanza che avete scelto, vincerete. E io sarò molto onorato di diventare il vostro maestro di ripasso e di aiutarvi a superare brillantemente la verifica di domani! –

– Certo, sono due dadi a sei facce, quindi dobbiamo per forza scegliere un numero compreso tra 2 e 12... – commenta concentrato Edo, accarezzandosi il mento.

– Sì – conferma Elena, altrettanto presa dalla sfida. – Ma non dobbiamo dirne uno a caso. Vero, Max? Dobbiamo trovare un numero che è un po' più probabile ottenere rispetto agli altri... –

– Bè, se volete avere più possibilità di vincere... dovete pensarci bene! – risponde lo gnomo con aria bonaria. – Su, fatemi sentire come ragionate! –

Se foste al posto di Edo ed Elena, dove posizionereste la vostra pedina?

– Va bene... – mormora Elena pensosa, muovendo nervosamente la matita avanti e indietro tra pollice e indice.

– Allora – ragiona Edo – procediamo con ordine: 2 è una somma poco probabile, perché può risultare solo dalla combinazione di due 1. E lo stesso discorso vale per il 12, che si ottiene solo sommando due 6. –

Elena fa un cenno di assenso, mentre prende nota delle combinazioni su un post-it giallo.

– Anche il 3 – prosegue il bambino – non è molto probabile, visto che si può ottenere solo dalla somma di 1 e 2. Però è più probabile di 2 e 12, perché è la somma di due numeri diversi. Lanciando due dadi posso ottenere sia $1+2$ che $2+1$, visto che il numero 1 e il numero 2 posso ottenerli sia con il primo che con il secondo dado. –

– Hai ragione. Adesso vediamo il 4 – interviene Elena. – Lo otteniamo con due 2 oppure con la somma di 1 e 3. Il 5, invece, risulta dalla somma di 1 e 4, ma anche da quella di 2 e 3. –

– Passiamo allora al 6, che si ottiene da due 3, dalla somma di 5 e 1 e dalla somma di 2 e 4 – aggiunge Edo. – Mentre il 7 è la somma di 1 e 6, di 2 e 5 e di 3 e 4. – Il bambino fa una piccola pausa,

poi esclama: – Wow, sono un sacco di combinazioni utili! –

Elena annuisce, concentrata.

– È vero, ma esaminiamo anche i numeri che restano – mormora. – Siamo arrivati all'8, che si ottiene da due 4, dalla somma di 2 e 6 e da quella di 3 e 5. –

– E poi c'è il 9, che si ottiene dalla somma di 3 e 6 e da quella di 4 e 5 – riprende Edo. – Poche, rispetto al 6, al 7 e all'8. –

– Anche 10 e 11 hanno meno combinazioni – riflette Elena dopo una piccola pausa. – Il 10 si può ottenere da due 5 e dalla somma di 6 e 4. Mentre l'11 solo dalla somma di 6 e 5. –

La bambina prende nota delle ultime combinazioni.

– Quindi i numeri che è più probabile ottenere sono il 6, il 7 e l'8, perché sono quelli che hanno più scomposizioni possibili – conclude Edo con un sospiro. – Quale scegliamo, quindi? –

Elena rimane per un istante in silenzio, scrutando attentamente il suo post-it. Poi, sorridendo, esclama:

– In realtà, uno di questi tre numeri si può ottenere con maggiore probabilità rispetto agli altri!

Guarda – dice indicando il post-it –, sia il 6 che l'8 hanno tra le loro scomposizioni la somma di due numeri uguali, $3+3$ e $4+4$. Il 7 invece si ottiene solo come somma di due numeri diversi, quindi si può ottenere in ben sei modi: $1+6$ e $6+1$, $2+5$ e $5+2$ e $3+4$ e $4+3$. –

– Hai ragione! – esclama Edo. – È il 7 il numero più probabile! Quindi, per avere una maggiore probabilità di vincere, dobbiamo posizionare la nostra pedina a sette caselle di distanza da quella di Max. –

– Esatto! – conferma Elena annuendo.

– Siete proprio sicuri? – chiede lo gnomo, che è rimasto ad osservarli silenziosamente per tutto il tempo.

– Sì! – ribadiscono i bambini con convinzione.

– Il 7 è senza dubbio il numero più probabile – chiosa Elena. – E poi, certo, ci vorrebbe anche un briciolo di fortuna... –

– Benissimo, allora adesso potete lanciare i vostri dadi – dice Max facendo volare la pedina blu a sette caselle di distanza da quella rossa. – E buona fortuna! –

I bambini si apprestano a lanciare i dadi quando lo gnomo aggiunge, con un ampio sorriso:

– Qualunque numero esca, penso che vi aiuterò comunque a preparare la verifica di domani: siete due bambini in gamba e mi siete molto simpatici! –

Per saperne di più

La proprietà invariantiva della divisione ci garantisce che il quoziente di una divisione non cambi se moltiplichiamo il dividendo e il divisore per uno stesso numero. E cioè che, ad esempio, $10:2$ sia lo stesso che $20:4$. Infatti, distribuendo equamente 10 caramelle a 2 bambini, ciascun bambino ne avrà 5. Ma anche avendo 20 caramelle e 4 bambini (o 100 caramelle e 20 bambini, e così via) ciascun bambino ne riceverà 5.

Quando sarete più grandi dovrete ricordarvi di questa proprietà e saperla applicare nella vita pratica. Non sarà però importante ricordarne il nome, che potrete sempre andare a cercare in un testo sulla divisione.

Il fatto matematico di probabilità riguardante i dadi che è al centro del nostro racconto è molto utile per giocare ad alcuni giochi da tavolo, come

ad esempio il backgammon (detto anche, in italiano, Tavola Reale o Tric-Trac). Anche se per vincere bisogna avere fortuna con i dadi, è possibile “aiutare” la fortuna, ragionando bene, in modo da aumentare le probabilità di vittoria.

Se lanciamo due usuali dadi a sei facce (immaginiamo, per capirci meglio, che siano uno rosso e uno blu), con numeri da 1 a 6, abbiamo 36 esiti possibili (dato che fare, ad esempio, 5 con il dado rosso e 6 con quello blu non è lo stesso che fare 5 con il blu e 6 con il rosso).

Ciascuno di questi 36 esiti ha la stessa probabilità se i dadi sono fatti bene e non sono truccati. La somma di due dadi, invece, è per forza un numero da 2 a 12, cioè appartiene a un insieme che contiene 11 numeri.

Tuttavia, come abbiamo potuto notare nel racconto, tali numeri non sono tutti equamente probabili.

Come scoprono Edo ed Elena ragionando sull'indovinello di Max, il numero 12 si ottiene una sola volta come somma dei risultati dei due dadi, mentre il numero 7 si ottiene ben sei volte.

Se associamo a ogni possibile lancio di dadi la somma dei due numeri ottenuti, abbiamo 36 numeri,

dato che ci sono 36 lanci possibili. In questo modo, però, alcuni numeri vengono ripetuti più spesso di altri, e questo spiega perché alcune somme sono in realtà più probabili di altre.

*Ad esempio, il 7 è ripetuto ben sei volte, dato che si ottiene da sei lanci diversi. Matematicamente, allora, le somme appartengono ad un **multiinsieme** di 36 numeri.*

*Ma cos'è esattamente un multiinsieme? Un multiinsieme è come un insieme, nel quale, tuttavia, gli elementi possono essere ripetuti. La loro **molteplicità**, cioè il numero di volte in cui sono ripetuti, è molto importante.*

La teoria dei multiinsiemi, che generalizza quella degli insiemi, è facile ed interessante allo stesso tempo.

Ad esempio, possiamo unire due multiinsiemi prendendo tutti gli elementi di entrambi, come se rovesciassimo il contenuto di due scatole diverse in una sola scatola.

Oppure possiamo avere bisogno del più piccolo multiinsieme che contiene due multiinsiemi dati. Questo accade, ad esempio, se siamo indecisi tra due ricette e consideriamo i multiinsiemi dei loro ingredienti.

Infatti, se la prima ricetta richiede 4 uova e la seconda 6 uova, non dobbiamo comprare 10 uova, dato che ce ne bastano 6 qualunque ricetta scegliamo.

*Bravi! Siete arrivati alla fine di questo libro.
Non ci resta che augurarvi buona fortuna
per le vostre prossime avventure matematiche!*

Fonti e bibliografia essenziale

In futuro pensiamo di collezionare link utili per approfondire gli argomenti di matematica affrontati in questo libro e per farne conoscere di nuovi, che siano altrettanto accessibili ai nostri piccoli lettori.

Per restare aggiornati, consultate di tanto in tanto la pagina web:

<https://www.antonellaperucca.net/storiefantastiche.html>

Una torta per due

L'enigma si ispira alla teoria dei giochi, ed è il più semplice dei cosiddetti “problemi del taglio della torta”, chiamati in inglese *Fair cake-cutting*.

Fuori dal labirinto

L'enigma si basa su un risultato della teoria matematica dei labirinti.

Il folletto bugiardo

L'indovinello è tratto dal film *Labyrinth*, del 1986.

Il messaggero curioso

Il racconto si basa su un fatto noto della crittografia, relativo al problema di scambio delle chiavi, detto in inglese *Key-Exchange Problem*.

Un tè in biblioteca

La storia si ispira a un esercizio matematico classico. Problemi di questo tipo (i numeri si possono facilmente cambiare) si chiamano talvolta *Hourglass Problem*.

La bilancia dell'amicizia

Il racconto è incentrato su un problema matematico classico. Ve ne sono numerose varianti, chiamate in inglese *Weighing puzzle* oppure anche *False coin problem*.

I due conigli

Il problema posto dalla signora Tartaruga è un adattamento dell'enigma *Bronx versus Brooklyn*, contenuto nel libro *My best mathematical and logic puzzles* (1994) del divulgatore scientifico americano Martin Gardner.

In viaggio con il cane, il gatto e il topolino

L'enigma è una rivisitazione del problema classico del lupo, della capra e dei cavoli, attestato per la prima volta in un manoscritto del IX secolo. Il manoscritto in questione è *Propositiones ad acuendos juvenes*, la più antica raccolta di giochi ed enigmi matematici di cui si abbia notizia, che alcuni attribuiscono al filosofo e teologo anglosassone Alcuino di York (735-804).

A ciascuna scatola la sua etichetta

L'enigma è un adattamento dell'indovinello *Apples and Oranges*, usato nelle audizioni delle ditte hi-tech e menzionato nel libro di William Poundstone, *How would you move Mount Fuji?* (Little Brown & Co., 2003).

Il compleanno di mago Merlino

Il racconto si ispira ad un problema classico, basato sul principio dei cassetti. Viene talvolta definito *Handshake Problem*.

Quadri che non quadrano

Il racconto si basa su alcune nozioni elementari della teoria delle permutazioni.

I due dadi

La domanda di Max si ispira ad alcune nozioni di base della teoria della probabilità.

Ringraziamenti

Grazie agli studenti Andreas e Jerry, con cui mi sono divertita in passato a riflettere su vari indovinelli matematici. Grazie a Caterina: la perfetta corretrice di bozze, e un'amica. Grazie a mia mamma Adriana per avermi donato la passione della matematica e per il supporto costante. Grazie al marito Fritz, anche lui matematico, per le discussioni estemporanee. E, a mia figlia Elisa, adesso treenne, dico: Sono orgogliosa che già conosci il numero -1 , e chissà quanto imparerai nei prossimi anni! Questo libro è anche per te.

Antonella

Grazie ad Antonella per aver condiviso con me le sue idee e le sue intuizioni, dando il via a questo progetto editoriale comune. Un grazie molto speciale alle piccole Vittoria e Linda: senza di loro non avrei mai neppure pensato di scrivere racconti per bambini e ragazzi! E a Vittoria, grazie anche per essersi messa alla prova con enigmi e indovinelli, per aver letto queste pagine "in anteprima" e per aver condiviso con me impressioni e opinioni. Infine, grazie a Gregorio per la consulenza matematica e per il sostegno morale.

Lisa